

Università degli Studi di Bologna

FACOLTA' DI INGEGNERIA

Corso di Dottorato in
ING-IND/13: MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE
Ciclo XIX

Analisi e sintesi di meccanismi spaziali per lo studio del moto passivo del ginocchio umano

Tesi di Dottorato di:
Ing. Andrea Ottoboni

Coordinatore:
Chiar.mo Prof. Vincenzo Parenti Castelli

Tutore:
Chiar.mo Prof. Vincenzo Parenti Castelli

Anno Accademico 2005-2006

Parole chiave:

Articolazione di ginocchio

Moto passivo

Meccanismi spaziali

Sintesi di meccanismi

Indice

Introduzione	3
1 Il ginocchio umano	6
1.1 Terminologia e convenzioni	6
1.1.1 Le articolazioni	8
1.2 Principali strutture del ginocchio umano	9
1.2.1 Superfici articolari	10
1.2.2 Strutture legamentose	11
1.3 Movimenti del ginocchio	15
2 Riproduzione e misura del moto passivo	17
2.1 Il moto passivo	17
2.2 Lo stato dell'arte	17
2.3 Determinazione delle masse e dei centri di massa (CM)	19
2.4 Soluzione proposta	21
2.4.1 Coppia prismatica	23
2.4.2 Polso sferico	24
2.4.3 Bilanciamento statico	26
2.4.4 Sistema di misura	28
3 Modellazione del moto passivo	29
3.1 Disporre di un modello	29
3.2 Approccio simultaneo e approccio sequenziale	30
3.3 Gradi di libertà dell'articolazione durante il moto passivo	31
3.4 Meccanismi equivalenti	32
4 Meccanismi equivalenti ad 1 gdl	33
4.1 Meccanismo piano	33
4.2 Meccanismi spaziali paralleli	34
4.2.1 Meccanismo ESM-1 e modello matematico M1	34
4.2.2 Modello matematico M2	36

4.2.3	Meccanismo ESM-2 e modello matematico M3	38
4.2.4	Meccanismo ESM-3 e modello matematico M4	39
4.3	Modellazione di superfici articolari complesse	41
4.3.1	Stato dell'arte	41
4.3.2	Superfici Thin-Plate Spline	42
4.3.3	Superfici B-Spline	43
4.3.4	Soluzione adottata	45
4.4	Sintesi dei meccanismi ESM-1 ESM-2 ed ESM-3	48
4.4.1	Stato dell'arte	48
4.4.2	Ottimizzazione dei parametri geometrici dei modelli . .	49
4.4.3	Modelli M2 ed M3	50
4.4.4	Modello M4	50
5	Esperimenti e simulazioni	51
5.1	Acquisizione dei dati	51
5.2	Elaborazione dei dati acquisiti	54
5.3	Ottimizzazione dei modelli e simulazioni	56
6	Risultati e discussioni	57
6.1	Parametri geometrici	57
6.2	Moto relativo femore-tibia	59
6.3	Percorsi di contatto	63
6.4	Limiti dei modelli	64
6.5	Sviluppi futuri	64
	Conclusioni	65
	Bibliografia	68

Introduzione

L'articolazione di ginocchio è una delle principali articolazioni degli arti inferiori umani e riveste per questo un'importanza fondamentale per la locomozione e per lo svolgimento delle normali attività motorie. A causa di traumi e patologie, la sua funzionalità può essere compromessa a tal punto da rendere indispensabile intervenire chirurgicamente mediante ricostruzione parziale o totale dell'articolazione stessa. E' per questi motivi che il ginocchio è stato ed è una delle articolazioni umane più studiate.

Come articolazione il ginocchio deve assolvere contemporaneamente a due compiti di natura contrastante: deve essere *mobile*, ovvero in grado di effettuare ampi movimenti, e deve essere *stabile*, quindi in grado di garantire supporto durante il moto.

Nonostante la sistematicità degli studi eseguiti, non sono ancora del tutto chiare le relazioni struttura-funzione che ne permettono il movimento né i processi patomeccanici implicati nelle patologie che la interessano. Nasce da qui la necessità di migliorare la comprensione del funzionamento dell'articolazione mirata all'individuazione di un modello matematico equivalente che permetta di migliorare il successo di protesi e interventi di ricostruzione dei legamenti fino a giungere ad una loro progettazione specifica per il singolo paziente.

Si possono individuare in letteratura diversi approcci per lo studio del moto del ginocchio umano al fine di ricavarne un modello matematico, e, tra quelli esistenti, due si distinguono particolarmente.

Il primo, di tipo diretto, considera contemporaneamente sia le caratteristiche geometriche e le proprietà meccaniche delle strutture articolari che i carichi applicati all'articolazione, ovvero risolve contemporaneamente l'analisi cinematica e dinamica del modello mediante la risoluzione di un unico sistema di equazioni.

Il secondo, di tipo sequenziale, si propone di risolvere prima l'analisi cinematica passiva dell'articolazione e, solo successivamente, di risolvere l'analisi dinamica del sistema usando come punto di partenza i risultati dell'analisi cinematica precedente. Un approccio di tipo sequenziale si rivela ideale per definire le caratteristiche delle strutture articolari che realizzano la mobilità, le relazioni esistenti tra di loro e come la variazione della loro geometria possa influenzare il comportamento del modello e quindi dell'articolazione.

In questa tesi viene seguito il secondo approccio basato sull'ipotesi che il *moto passivo* del ginocchio, ovvero il moto dell'articolazione in assenza

di forze esterne, sia guidato dalla forma delle superfici articolari, considerate rigide, e da alcune fibre isometriche appartenenti al legamento crociato anteriore (ACL), al legamento crociato posteriore (PCL) e al legamento collaterale mediale (MCL). In queste condizioni il ginocchio può essere modellato mediante un meccanismo equivalente ad un grado di libertà.

Scopo della presente tesi è di verificare, sulla base del confronto con i dati sperimentali acquisiti, se una migliore approssimazione delle superfici articolari ottenuta mediante l'utilizzo di un modello più complicato ma dotato di numero minore di parametri geometrici da ottimizzare rispetto ai modelli più semplici, possa portare ad una migliore descrizione del moto passivo.

Dopo aver descritto il moto passivo delle articolazioni, le criticità legate alla riproduzione ed alla misura di tale moto sono state esaminate. Dall'analisi delle soluzioni presenti in letteratura si è giunti alla proposta di un semplice sistema per lo studio del moto passivo del ginocchio.

Si è esaminato come la detreminazione di un modello equivalente al ginocchio in condizioni di moto passivo sia stata possibile, dalla detreminazione dei *gradi di libertà* dell'articolazione durante tale moto all'individuazione delle principali strutture che guidano tale moto fino alle ipotesi semplificative adottate.

Successivamente sono stati analizzati i meccanismi equivalenti del ginocchio dotati di un grado di libertà, dal primo meccanismo piano che ne modella il comportamento sul piano sagittale (quadrilatero articolato), al meccanismo spaziale proposto da (Wilson e O'Connor, 1997) ed alle sue evoluzioni proposte in (Parenti Castelli e Di Gregorio, 2000) e (Di Gregorio e Parenti Castelli, 2000) in cui le superfici articolari vengono modellate con approssimazione sempre maggiore.

Notevole attenzione è stata posta alla modellizzazione di superfici articolari complesse ed un metodo, particolarmente efficace per le superfici del ginocchio, è stato individuato e descritto.

Un nuovo modello matematico, dotato di superfici articolari approssimate mediante superfici B-Spline, è stato dunque proposto e studiato.

Per ognuno dei modelli matematici presentati sono stati evidenziati i parametri geometrici da identificare per giungere, mediante un processo di ottimizzazione, ad una soluzione del problema di sintesi.

I modelli così ottenuti sono stati utilizzati anche per l'analisi dei percorsi di contatto articolare, informazioni che, unite a quelle sulle normali alle superfici nei punti di contatto, sono necessarie per un successivo studio dell'analisi cinetostatica.

La presente tesi ha permesso di evidenziare come, sebbene il nuovo modello presentato dia buoni risultati, i modelli più semplici offrano ancora vantaggi in termini di semplicità, capacità di riproduzione del moto passivo,

stabilità e tempi di calcolo più ridotti rispetto al modello più complicato in cui le superfici articolari non siano oggetto di ottimizzazione.

Capitolo 1

Il ginocchio umano

Il ginocchio, assieme all'anca ed alla caviglia, rappresenta una delle tre principali articolazioni che compongono gli arti inferiori umani. Prima di analizzarne in dettaglio le principali strutture ed il loro comportamento, verranno introdotti alcuni concetti e termini propri dell'anatomia umana utilizzati anche per la descrizione dei modelli dell'articolazione e nella presentazione dei risultati da essi ottenuti. Successivamente verranno analizzate le principali strutture formanti l'articolazione mettendo in evidenza fin da subito, dal punto di vista meccanico, la loro funzione e le loro reciproche interazioni.

movimenti relativi

La necessità di disporre un insieme di termini e convenzioni comuni, sia per la descrizione delle strutture anatomiche e del loro comportamento che per la descrizione dei modelli matematici ed esse ispirati, è molto sentita in ambito biomeccanico. Infatti l'elevata multidisciplinarietà della materia può portare ad errori di interpretazione dei risultati e di conseguenza a conclusioni non corrette.

1.1 Terminologia e convenzioni

Per la descrizione anatomica [1], l'uomo viene considerato in una posizione simile all'attenti ginnastico ma con le palme delle mani rivolte in avanti detta posizione anatomica fig.1.1.

In questa posizione, l'uomo può essere pensato incluso in un parallelepipedo che viene diviso in due parti simmetriche da un piano mediano; le strutture anatomiche che sono più vicine al piano mediano rispetto ad altre sono definite mediali, le più distanti laterali. Le facce laterali del parallelepipedo sono chiamate piani laterali (destro e sinistro) e tutti i piani paralleli al mediano ed ai laterali si dicono sagittali; le facce orizzontali sono chiamate

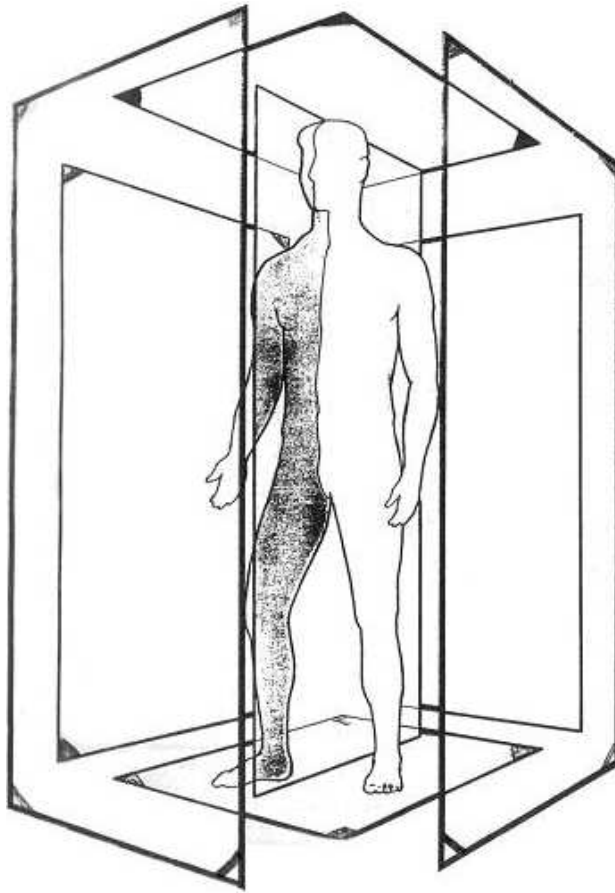


Figura 1.1: Posizione Anatomica

piano craniale quello superiore e piano caudale quello inferiore e tutti i piani paralleli ad essi si dicono piani orizzontali; infine la faccia posteriore del parallelepipedo è detta piano dorsale, mentre quella anteriore è detta piano ventrale e tutti i piani paralleli a questi si chiamano piani frontali.

Per definire esattamente la posizione reciproca di organi e strutture si usano i termini di prossimale, più vicino, e distale, più lontano; ad esempio rispetto al bacino il femore è prossimale mentre la tibia è distale.

La nomenclatura dei movimenti è altresì precisa e tende ad indicare quali cambiamenti di rapporti possono avvenire fra i diversi segmenti del corpo.

Si dice flessione quel movimento che comporta una riduzione dell'angolo fra due parti articolate ed estensione il movimento opposto; l'adduzione è il movimento che porta una parte mobile verso il piano sagittale mediano e può anche sorpassarlo, mentre l'abduzione è il movimento opposto. La rotazione avviene attorno ad un asse approssimativamente parallelo all'asse

principale dell'osso: sul piano mediano le rotazioni si fanno a destra e a sinistra (ad esempio per il capo), mentre negli arti la rotazione mediale si dice pronazione e la rotazione laterale supinazione.

1.1.1 Le articolazioni

Lo scheletro umano è formato da ossa collegate tra loro in modo fisso o mobile mediante le articolazioni.

Con articolazione si intende l'insieme di capi ossei e di tessuti connettivi che permettono la interconnessione di due o più ossa tra loro. Possono essere di tipo mobile (ad esempio l'articolazione della spalla), semimobile (gomito) o fisso (come le articolazioni delle ossa del cranio) e si dividono in sinartrosi e diartrosi.

Le diartrosi in particolare sono dei dispositivi giunzionali tra due capi ossei non congiunti che permettono, nella maggior parte dei casi, un ampio grado di mobilità alle ossa che la compongono. Nelle diartrosi i capi ossei sono rivestiti da un film di cartilagine ialina che, essendo elastica e comprimibile, permette una distribuzione più uniforme delle pressioni nelle zone di contatto. La presenza della cartilagine fa sì che nelle diartrosi le superfici articolari possano scorrere facilmente le une sulle altre e siano in grado di trasmettere solo forze di compressione [2].

Le diartrosi vengono inoltre classificate in base alla forma delle superfici articolari dei capi ossei che le compongono. Nel caso del ginocchio dato che le superfici articolari sono di forma ellissoidale, si parla di condilartrosi e le superfici sono dette condili.

Quando la forma delle due superfici non è complementare, lamine fibrocartilaginee (menischi) compensano le eventuali differenze e contribuiscono ad una migliore distribuzione delle sollecitazioni meccaniche.

L'articolazione è inoltre costituita dai legamenti, formazioni di tessuto connettivo fibroso che hanno la funzione di mantenere unite in modo non rigido i segmenti ossei. Esternamente si trova la capsula articolare, un manicotto fibroso che ricopre l'intera articolazione fissandosi ai margini della cartilagine.

La cavità articolare, lo spazio presente tra capi ossei e capsula articolare, è ripieno di liquido sinoviale che svolge i ruoli di lubrificante delle superfici cartilaginee e di vettore degli elementi nutritivi.

Altre formazioni di tessuto connettivo fibroso, i tendini, uniscono i muscoli alle ossa. I tendini, che si inseriscono in profondità nel tessuto corticale osseo, permettono di trasmettere le forze generate dai muscoli alle ossa.



Figura 1.2: Principali strutture anatomiche dell'articolazione di ginocchio

1.2 Principali strutture del ginocchio umano

L'articolazione di ginocchio è costituita da tre ossa principali: l'estremità distale del femore, l'estremità prossimale della tibia e la rotula figura 1.2. Le ossa che la compongono si articolano due a due a formare rispettivamente l'articolazione femoro-tibiale e l'articolazione femoro-rotulea. La fibula non viene considerata elemento attivo dell'articolazione in quanto saldamente collegata alla tibia e dotata di movimenti relativi trascurabili.

L'articolazione femoro-tibiale non è completamente congruente in quanto le superfici dei condili femorali sono molto convesse mentre le due fosse articolari tibiali sono quasi piane. Questo fa sì che le superfici articolari non siano perfettamente conformi in tutte le posizioni relative e l'area di contatto sia limitata e variabile durante il moto. Al fine di aumentare la profondità delle due fosse tibiali vi sono due semianelli fibrocartilaginei, i menischi mediale e laterale.

Vi sono molti legamenti che fanno capo a questa articolazione e che servono sostanzialmente per mantenere il contatto tra le superfici articolari e guidarne il moto. Fra questi i principali sono il legamento della rotula, il legamento posteriore, il legamento collaterale tibiale che collega l'epicondilo mediale del femore con il margine mediale della tibia, il legamento collaterale fibulare che si estende dall'epicondilo laterale del femore alla testa della fibula



Figura 1.3: Superficie articolare del femore

e i legamenti crociati che collegano la faccia superiore della tibia (eminenza intercondiloidea) ai due condili del femore e sono incrociati ad X.

1.2.1 Superfici articolari

Esaminando in dettaglio le superfici articolari si nota come la superficie femorale, figura 1.3, si sviluppi dal davanti con la troclea, che si articola con la rotula, all'indietro dividendosi nei due condili laterale e mediale i quali si articolano con la cavità glenoide tibiale. Visto di profilo ciascun condilo ha forma di voluta; il raggio di curvatura diminuisce dall'avanti in dietro, il condilo è più piatto anteriormente, zona a funzione statica che presenta una superficie portante maggiore rispetto alla zona posteriore più arrotondata che consente un buon sviluppo in flessione. Si nota che i due condili non hanno la medesima curvatura, in particolare il mediale è più curvo del laterale.

La faccia superiore della superficie tibiale è detta piatto tibiale, figura 1.4; su di essa si trovano due superfici ovalari a forma di binari concavi, le glene tibiali, ricoperte dai menischi e che si articolano con i condili femorali; al centro del piatto il margine delle glene è rilevato e forma le spine tibiali davanti e dietro le quali si trovano due superfici cave non articolari, superficie prespinale e superficie retrospinale. Le glene sono concave trasversalmente ma, mentre la cavità interna è concava dall'avanti in dietro, quella esterna è convessa.

Come accennato tra le superfici articolari di femore e tibia si trovano i menischi, figura 1.5, lamine cartilaginee a sezione triangolare aventi forma



Figura 1.4: Superficie articolare della tibia

di mezzaluna. Questi sono appoggiati alle cavità glenoidi e sono parzialmente fissi, aderiscono alla tibia ad alcuni tendini e legamenti. Si è detto che sono parzialmente fissi, ne segue che durante i movimenti dell'articolazione si spostano leggermente e assecondano i movimenti relativi delle superfici articolari. In flessione scivolano indietro, in estensione avanzano; il menisco mediale è meno mobile. Le funzioni principali dei menischi sono sostanzialmente due: la prima è che con la loro forma aumentano la concavità delle superfici glenoidee tibiali e comportandosi come dei cunei accrescono e migliorano la stabilità, la seconda è che incrementano la superficie d'appoggio consentendo una ripartizione maggiore e più uniforme delle pressioni di carico tra le superfici articolari.

1.2.2 Strutture legamentose

Dal punto di vista osseo il ginocchio non è un'articolazione molto stabile e il ruolo dei suoi legamenti diventa allora fondamentale. Anteriormente si hanno i piccoli legamenti che uniscono la rotula ai menischi e la rotula ai condili, e i tendini del quadricipite femorale che si incrociano sulla rotula per poi formare il tendine rotuleo, figura 1.6.

Posteriormente la capsula segue la forma dei condili, formando una specie di tenda ripiegata, molto spessa che forma i gusci fibrosi mediale e laterale; questi sono considerati come un piano legamentoso posteriore, molto robusto, che impedisce l'iperestensione del ginocchio e assicura la stabilità posteriore in posizione eretta.



Figura 1.5: I menischi

Il ginocchio è inoltre stabilizzato da due legamenti crociati, figura 1.7, così chiamati poiché la loro direzione si incrocia all'incirca al centro dell'articolazione; entrambe i crociati sono esterni alla capsula. Il legamento crociato anteriore ACL (Anterior Cruciate Ligament) si inserisce nella parte posteriore della superficie mediale del condilo laterale del femore e di fronte alla spina tibiale, leggermente spostato lateralmente. Il legamento crociato posteriore PCL (Posterior Cruciate Ligament) si inserisce nella parte posteriore della superficie laterale del condilo mediale e nella depressione dietro la superficie intercondilare tibiale. Appena comincia la flessione la maggior parte di ACL si detende mentre il piccolo sottofascio anteromediale si tende; la maggior parte di PCL, detesa in estensione, è tesa già a 30° di flessione [3]. Il loro ruolo principale è di limitare i movimenti relativi antero-posteriori di femore e tibia chiamati cassetto: ACL impedisce alla tibia di scivolare in avanti (cassetto anteriore), PCL impedisce di scivolare indietro (cassetto posteriore). Indipendentemente dalla posizione del ginocchio, in flessione come in estensione non esiste normalmente nessun fenomeno di cassetto; in rotazione esterna i legamenti crociati sono un po' meno tesi, in rotazione interna si trovano in torsione uno sull'altro, sono quindi messi in tensione.

Lateralmente la capsula è rinforzata dai legamenti collaterali figura 1.8. Il legamento collaterale mediale MCL (Medial Collateral Ligament) si inserisce sulla faccia esterna del condilo mediale femorale su una tuberosità (epicondilo mediale) e sulla faccia mediale della tibia. Il legamento collaterale laterale LCL (Lateral Collateral Ligament) si inserisce sulla faccia esterna del condilo laterale femorale su una tuberosità (epicondilo laterale) e sulla punta della

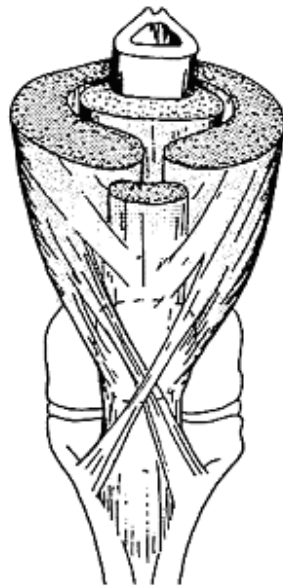


Figura 1.6: Rotula e tendine rotuleo

testa della fibula. Si nota che i legamenti collaterali sono messi in tensione durante l'estensione e LCL è deteso in flessione; si nota inoltre che sono meno tesi durante la rotazione interna della tibia e più tesi in rotazione esterna, impediscono quindi la rotazione esterna della tibia [4].

Più che assegnare ad ognuno dei legamenti una specifica funzione, è importante notare come tutte le strutture legamentose partecipino alla stabilità passiva dell'articolazione con contributi variabili a seconda della posizione e rotazione relativa di femore e tibia.



Figura 1.7: I Legamenti crociati

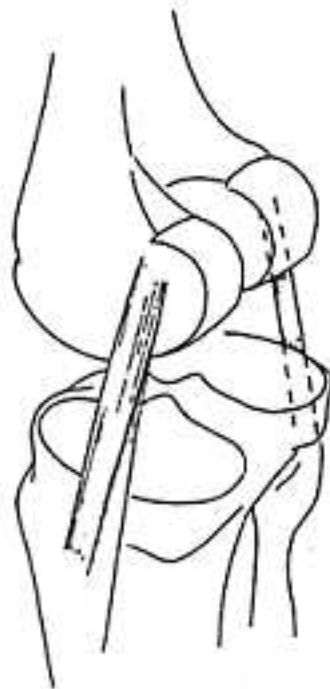


Figura 1.8: Legamenti collaterali

1.3 Movimenti del ginocchio

Se da un punto di vista qualitativo la definizione dei movimenti relativi riportata in 1.1 può essere sufficiente, non risulta esserlo nel caso in cui le rotazioni tra le due ossa debbano essere misurate e confrontate. Nasce allora il problema di stabilire con precisione sia dei sistemi di riferimento sui singoli segmenti ossei sia una parametrizzazione per la misura della cinematica relativa. La soluzione adottata in molti dei lavori più recenti che si occupano di descrivere il moto del ginocchio, e che sarà adottata anche in questa tesi, è la parametrizzazione introdotta in [5].

Definiti due sistemi di riferimento cartesiani solidali a femore e tibia, vengono scelti come assi attorno a cui misurare le rotazioni quelli con versori \mathbf{e}_1 ed \mathbf{e}_2 e l'asse F rappresentati in figura 1.9. L'asse flottante F è l'asse di minima distanza tra i due assi di versori \mathbf{e}_1 ed \mathbf{e}_2 il cui versore \mathbf{f} è calcolato come $\mathbf{f} = \mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2$.

Il movimento di flessione estensione viene misurato come rotazione attorno all'asse di versore \mathbf{e}_1 solidale con il femore, la rotazione interna-esterna viene misurata attorno all'asse di versore \mathbf{e}_3 solidale alla tibia, mentre il movimento di abduzione-adduzione viene misurato rispetto all'asse flottante F .

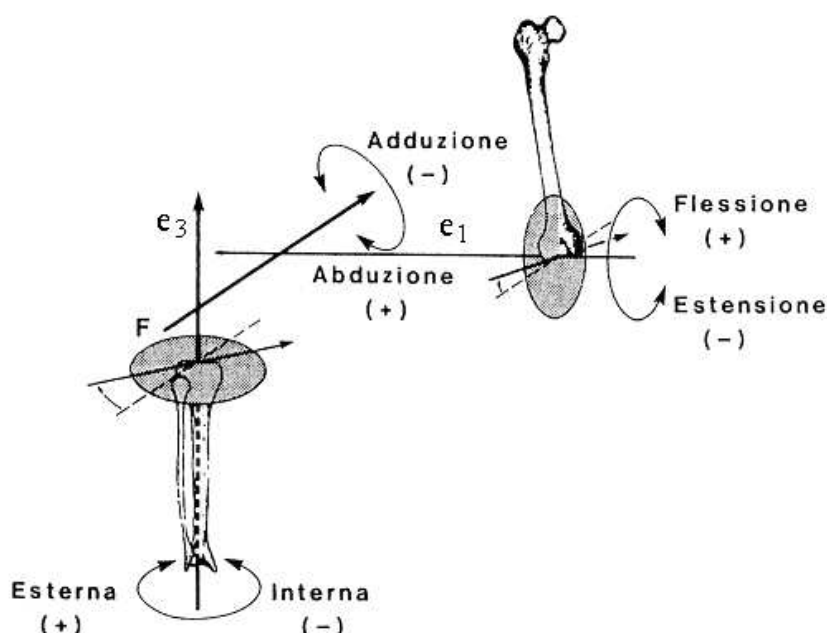


Figura 1.9: Parametrizzazione delle rotazioni

In letteratura si trovano pareri discordanti nella descrizione del moto del ginocchio, soprattutto per quanto riguarda il moto di rotazione interna della tibia durante la flessione.

Alcuni autori ritengono che questo movimento sia involontario e determinato dalla conformazione delle strutture che compongono l'articolazione almeno durante il moto non caricato. Si parla per ciò di movimenti automatici del ginocchio o "Screw-home mechanism". Altri sostengono invece che "nel ginocchio non caricato non c'è segno di una rotazione tibiale esterna obbligatoria durante l'estensione, . . . , almeno non come caratteristica passiva del ginocchio" [6] ma sia in ogni caso influenzata dalla particolare conformazione delle strutture tendinee e muscolari e dipendente dalle condizioni di carico, muscolare ed esterno. Altri ancora [7] hanno trovato comportamenti opposti a quelli su esposti e tradizionalmente accettati.

Per il movimento di ab-adduzione è generalmente accettato che, almeno in assenza di carichi esterni dove le rotazioni sono inferiori alla decina di gradi, siano le strutture passive dell'articolazione a controllarne il moto.

Particolare attenzione deve essere posta all'interpretazione dei risultati ottenuti dalla misura delle traslazioni relative femore-tibia in quanto, a differenza delle rotazioni dell'articolazioni, dipendono anche dai punti scelti su tibia e femore per misurarne la traslazione relativa.

Il movimento dei condili durante la flessione è una combinazione dei movimenti di rotolamento e scivolamento denominato "*Femoral roll-back*": per i primi 15-20 gradi di flessione si ha principalmente scivolamento, poi il rotolamento inizia ad avere un peso maggiore. Esso rimane comunque sempre un movimento combinato di rotolamento-scivolamento. La necessità di un siffatto tipo di moto si spiega da un lato con la constatazione che un movimento di puro rotolamento implicherebbe un'estensione della superficie della tibia, sul piano sagittale, pari allo sviluppo delle superfici dei condili, quindi molto estesa, dall'altro con il fatto che se avvenisse solo lo strisciamento su un punto fisso della cavità glenoide si avrebbe un'usura insostenibile della stessa.

In precedenza si è osservato che il condilo laterale presenta un raggio di curvatura maggiore del condilo mediale e che le cavità glenoidee, se trasversalmente sono entrambe concave, dall'avanti indietro la laterale è leggermente convessa mentre la mediale è concava. Considerando inoltre che il legamento collaterale mediale è più robusto del legamento collaterale laterale, ne consegue che la cavità laterale consente più facilmente il movimento del condilo ad essa accoppiato mentre il movimento del condilo mediale risulta più vincolato, osservazione questa confermata sperimentalmente.

Capitolo 2

Riproduzione e misura del moto passivo

2.1 Il moto passivo

Come abbiamo visto in precedenza (cap. 1.1.1) le diartrosi sono le articolazioni umane in cui le superfici articolari sono in grado di scorrere facilmente le une sulle altre e sono in grado di trasmettere solo forze di compressione. Molte di esse comprendono due ossa principali il cui moto relativo è vincolato da strutture anatomiche quali legamenti, superfici articolari, strutture cartilaginee e muscoli. Per le diartrosi il moto passivo può essere definito come il moto dell'articolazione in condizioni *virtualmente non caricate* inteso come l'assenza di forze esterne e muscolari agenti sull'articolazione durante il moto. Per definire correttamente il moto passivo devono essere affrontati due principali problemi:

- il moto passivo deve essere riprodotto il più correttamente possibile;
- il moto passivo deve essere misurato con la massima precisione possibile.

Lo studio del moto passivo tuttavia presenta alcuni problemi dovuti alle difficili condizioni che devono essere realizzate per una sua riproduzione corretta. Il moto di una articolazione umana, anche se molto spesso modellato mediante coppie cinematiche elementari, è molto spesso un moto spaziale molto complesso.

2.2 Lo stato dell'arte

Diverse attrezzature per la riproduzione del moto delle articolazioni, utilizzabili per condizioni di carico molto diverse tra loro sono state presentate in

letteratura ma solo poche di esse sono in grado di consentire una corretta riproduzione del moto passivo. Mentre le attrezzature più semplici consentono un numero di gradi di libertà minore di sei al moto relativo tra le ossa o non consentono una corretta compensazione di tutte le forze esterne, le più complesse sono costituite da meccanismi autobilancianti molto costosi o su robot industriali opportunamente attrezzati [8, 9].

Analogamente molti sistemi di misura utilizzati per misurare il moto multidimensionale dell'articolazione senza compromettere le condizioni di prova, sono presenti in letteratura. A seconda del principio fisico utilizzato per l'acquisizione della posizione relativa delle ossa, i diversi sistemi di misura possono essere più o meno adatti e presentare vantaggi e svantaggi a seconda del campo di applicazione.

I sistemi di misura più utilizzati si basano su tecniche di misura meccaniche o fotostereogrammetriche.

I primi connettono direttamente le due ossa principali dell'articolazione per mezzo di catene cinematiche spaziali opportunamente strumentate (Instrumented Spatial Linkage ISL).

I secondi usano marcatori passivi o attivi fissati alle ossa e una camera per acquisirne la posizione che, una volta elaborata permette di risalire alla posizione relativa senza la presenza di una connessione diretta con le due ossa (Motion Tracking Systems, MTSs).

Gli ISL hanno la potenzialità di misurare accuratamente un moto a 6 gdl lasciando piena libertà di movimento relativo tra le ossa ma possono avere problemi connessi con la loro struttura meccanica come uno spazio di lavoro limitato, il raggiungimento di configurazioni singolari, problemi di collisione con altri membri del meccanismo o con le ossa o l'applicazione di forze non volute alle ossa.

Gli MTSs hanno solitamente una precisione di misura inferiore ma presentano minori problemi grazie all'assenza di connessione diretta con le ossa.

Va fatto notare che una progettazione di un ISL per una specifica articolazione può portare ad un sistema di misura in grado di superare i problemi evidenziati in precedenza per un ISL generico [10]. In alcuni casi il sistema di misura è ottenuto strumentando opportunamente l'attrezzatura per la riproduzione del moto passivo se possiede almeno 6 gdl e si parla allora di sistemi di prova strumentati (Instrumented Testing Systems ITSs).

Per ottenere un ITS appositamente studiato per esperimenti in-vitro due compiti principali devono essere eseguiti: la compensazione delle forze peso delle parti mobili e la misura del movimento relativo delle ossa. La prima può essere ottenuta un'volta che le masse e i centri di massa (CM) delle parti mobili sono noti, mentre la seconda può essere ottenuta strumentando in maniera opportuna il sistema utilizzato per la riproduzione del moto passivo.

2.3 Determinazione delle masse e dei centri di massa (CM)

Come citato nella sezione precedente, uno dei principali problemi da risolvere per la corretta compensazione delle forze di gravità, è la determinazione dei parametri statici cioè le masse ed i loro CM.

In quanto segue verranno considerate solo tecniche compatibili con una successiva corretta riproduzione del moto passivo, in particolare che non compromettano l'integrità dell'articolazione da esaminare. Disarticolazione che si rende necessaria qualora si desideri misurare esattamente i parametri statici dei membri che compongono l'articolazione.

Recentemente diverse tecniche per l'ottenimento dei parametri statici di segmenti del corpo umano sono stati proposti in letteratura.

Per esempio, tecniche basate sull'utilizzo di immagini (es. tomografia computerizzata, risonanza magnetica) consentono la ricostruzione dei volumi delle diverse strutture dell'arto (ossa, tessuti molli, etc.) quindi, conoscendo la loro densità le masse e i CM degli arti possono essere calcolati.

Le tecniche di identificazione, invece modellano l'arto come un meccanismo composto da membri rigidi. In [11] le masse dei vari segmenti dell'arto e i loro CM vengono individuate risolvendo la dinamica di un sistema formato da un manipolatore interagente con l'arto stesso. Studiando il meccanismo in condizioni dinamiche e misurando le forze esterne applicate è possibile stimare masse e CM risolvendo le equazioni di equilibrio dinamico.

In questa Tesi viene analizzata una tecnica approssimata, utile per esperimenti in-vitro realizzati su preparati anatomici di diartrosi ed in particolare per l'articolazione del ginocchio.

Le condizioni più gravose per la riproduzione del moto passivo si presentano quando il preparato anatomico è costituito dalla gamba intera. In questo caso uno dei due segmenti della gamba può essere immerso in un fluido al fine di misurarne il volume e stimarne quindi il peso conoscendo la sua densità media. La massa dell'altro segmento può essere valutata come differenza dalla massa della gamba intera.

La posizione dei CM dei due segmenti può essere individuata appendendo la gamba ad un telaio fisso per mezzo di due fili w_1 e w_2 cosicchè le uniche forze esterne agenti sulla gamba siano la forza di gravità e le forze lungo i due fili. Una rappresentazione schematica di tale sistema si trova in figura 2.1. Dall'equazione di equilibrio delle forze esterne risulta che il CM dell'intera gamba giace in un piano verticale π passante per i punti di attacco D ed E dei fili al telaio. I fili w_1 e w_2 sono connessi alle estremità dell'arto (A e B) e al telaio (D e E) da quattro coppie sferiche.

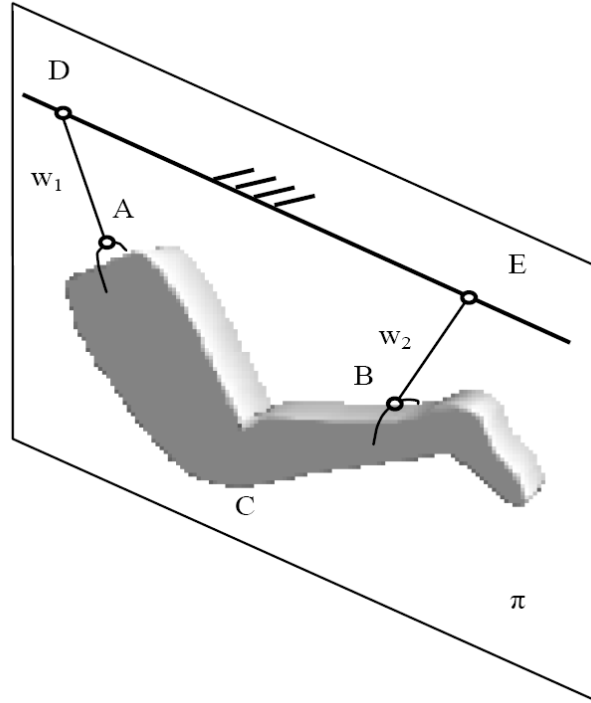


Figura 2.1: schema delle condizioni di prova

Il ginocchio umano è un'articolazione il cui moto passivo può essere considerato un moto spaziale ad 1 gdl [12]. Tuttavia, nel caso di movimenti di flessione molto limitati come quelli necessari per gli scopi di questa trattazione, la gamba può essere modellata come un meccanismo piano giacente sul piano π con i due membri principali connessi tra loro mediante una coppia rotoidale nel punto C , figura 2.2. I due segmenti dell'arto sono quindi connessi al telaio per mezzo dei fili, e le coppie sferiche nei punti A, B, D, E possono essere considerate come coppie rotoidali. Il punto C è scelto (in maniera più o meno arbitraria) convenzionalmente come il centro di rotazione dell'articolazione. Con questa ipotesi e conoscendo, come visto in precedenza, i pesi F_1 e F_2 dei due membri principali, la posizione dei CM G_1 e G_2 dei due segmenti può essere trovata risolvendo equazioni di equilibrio statico. In particolare, le reazioni nelle coppie rotoidali in A e B possono essere misurate per mezzo di sensori. Successivamente le equazioni di equilibrio dell'intero sistema (fili w_1 e w_2 e i membri AC e CB) possono essere scritte per due differenti posizioni dell'arto (due diversi valori negli angoli ϕ_1 e ϕ_2) dai quali la posizione di G_1 e G_2 può essere univocamente determinata.

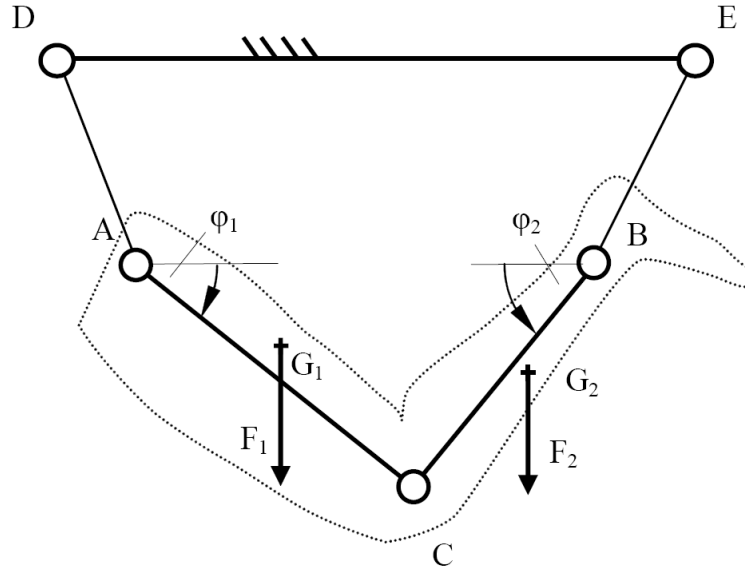


Figura 2.2: modello bidimensionale di arto inferiore umano

2.4 Soluzione proposta

Al fine di studiare il moto passivo dell'articolazione, il sistema deve bilanciare il peso del segmento mobile e consentire il moto a 6 gdl dell'articolazione. Il peso del segmento mobile dell'arto può essere bilanciato applicando, al CM del segmento stesso, un carico verticale uguale ed opposto. Il moto è permesso grazie all'impiego di una catena cinematica seriale dotata di 6 gdl e formata da cinque coppie prismatiche rotoidali folli e da una coppia prismatica che automaticamente applica una forza tale da bilanciare il peso della parte mobile, figura 2.3.

Questo meccanismo è in grado di compensare gli effetti della gravità senza introdurre nessuna forza esterna o vincolare il movimento del ginocchio come evidenziato di seguito. Il sistema può essere diviso in tre sottostrutture seriali principali, ciascuna delle quali realizza un compito specifico.

La prima sottostruttura è una catena di tipo *SCARA* formata dai membri L_0 , L_1 e L_2 . Il membro L_1 è connesso al telaio L_0 e al membro L_2 per mezzo delle coppie rotoidali R_1 e R_2 entrambe aventi asse verticali. Il membro L_2 è libero di muoversi in un piano orizzontale π_1 mentre le forze verticali e i momenti intorno agli assi paralleli al piano π_1 sono automaticamente bilanciati dai vincoli cinematici imposti dalle coppie rotoidali.

La seconda sottostruttura serve a realizzare una coppia prismatica con

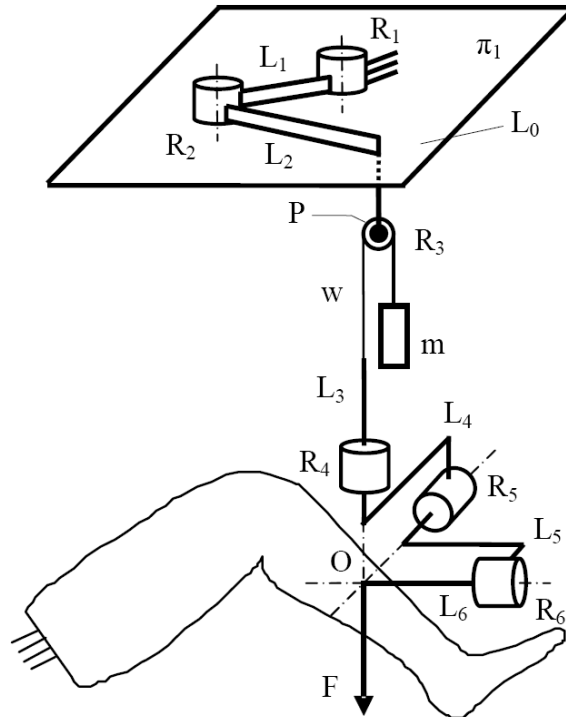


Figura 2.3: rappresentazione schematica dell'attrezzatura per la riproduzione del moto passivo

direzione verticale che connetta i membri L_2 ed L_3 per mezzo di un filo w in grado di trasmettere una forza verticale costante la membro L_3 . La coppia prismatica è schematicamente realizzata avvolgendo il filo w attorno ad una puleggia P ed applicando una massa m ad uno dei capi liberi del filo, mentre l'altro è collegato al membro L_3 . La puleggia ha asse orizzontale ed è connessa con il membro L_2 tramite la coppia rotoidale R_3 . La massa m è uguaglia la massa appesa all'altra estremità del filo w e bilancia la massa del segmento mobile dell'arto.

La terza sottostruttura comprende quattro membri L_3 , L_4 , L_5 ed L_6 ognuno dei quali è interconnesso per mezzo delle coppie rotoidali R_4 , R_5 ed R_6 a formare un polsop sferico seriale con centro nel punto di intersezione O degli assi delle tre coppie rotoidali. Il polso consente tutte le rotazioni del membro finale L_6 attorno al centro O . Il punto O può spostarsi in tutte le direzioni e il membro L_6 può ruotare liberamente attorno al punto O , quindi il membro 6 possiede sei gdl rispetto al telaio L_0 . Al fine di consentire il moto passivo del ginocchio, un'estremità della gamba è fissata al telaio e l'altra è connessa al membro L_6 ultimo membro della catena cinematica. Il membro L_6 deve essere

connesso al segmento mobile facendo attenzione che il centro O coincida con il CM del segmento mobile stesso.

Riassumendo per bilanciare correttamente gli effetti della gravità le seguenti condizioni devono essere soddisfatte:

- la massa m deve eguagliare la somma delle masse della parte mobile della gamba e la massa dell'intero polso sferico;
- il centro O del polso deve essere posizionato in corrispondenza del cm della parte mobile della gamba.
- i membri L_4 , L_5 ed L_6 devono essere staticamente bilanciati rispetto agli assi delle coppie rotoidali R_4 , R_5 ed R_6 . Questo può essere realizzato in diversi modi, ad esempio usando contrappesi o molle.

Particolare attenzione è stata posta nello studio delle differenti strutture del polso sferico in modo da ottenere uno spazio di lavoro tale da prevenire le collisioni del segmento mobile dell'arto con i membri del polso. Questo dev'essere fatto al fine di ottenere lo spazio di lavoro desiderato e limitare le masse mobili ed i volumi dei membri. Particolare attenzione dev'essere posta inoltre alla rigidezza dell'intera struttura e all'attrito realizzato nelle varie coppie cinematiche per evitare l'instabilità del segmento mobile dell'arto dovuta alla presenza delle coppie folli.

2.4.1 Coppia prismatica

In condizioni ideali (ad es. assenza d'attrito, strutture non deformabili) la coppia prismatica che connette i membri L_2 ed L_3 può essere realizzata come spiegato nella sezione precedente, tuttavia, nei sistemi reali è necessario adottare strutture che vincolino tutti i possibili gdl diversi dalla traslazione verticale. L'uso di un filo, infatti, non previene né la rotazione relativa di L_3 rispetto ad L_2 attorno all'asse del filo né l'oscillazione di L_3 rispetto alla puleggia P .

La coppia prismatica P_3 può essere realizzata mediante una guida a ricircolazione di sfere posizionata con asse verticale, figura 2.4. Il carrello di questa guida è fissato ad L_2 mentre la guida (*rail*) al quale è fissato L_3 , può traslare rispetto ad L_2 . Un'altra guida verticale a ricircolazione di sfere è utilizzata per evitare le oscillazioni della massa m . Questa è formata da una guida fissata ad L_2 e da un carrello fissato ad m . La massa m , per mezzo della puleggia P e del filo w , rende possibile il bilanciamento delle forze verticali agenti su L_3 . Le due guide hanno la stessa lunghezza, dimensionata in funzione dello spostamento verticale necessario alla corretta escuzione del

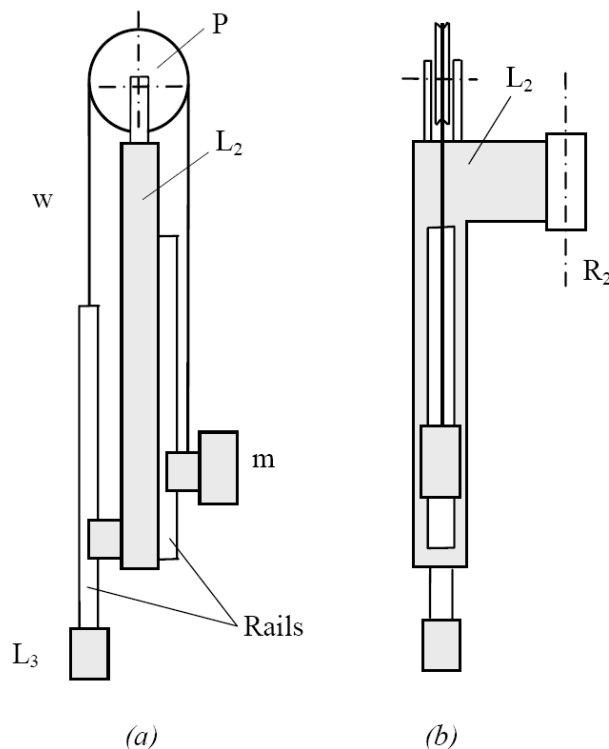


Figura 2.4: esempio di realizzazione di coppia prismatica verticale controbilanciata

moto. Supponiamo che il preparato anatomico da testare sia l'intera gamba, figura 2.5. Il femore é fissato al telaio e, nel piano sagittale, forma un'angolo α rispetto ad un asse orizzontale. L'angolo α corrisponde per praticità a metà dell'angolo spazzato durante un movimento completo di flessione estensione. L'angolo β é l'angolo tra l'asse lungo della tibia e un asse verticale. I due angoli β_1 e β_2 rappresentano i limiti inferiori e superiori di β . La posizione con $\beta = \pi/2$ é assunta come posizione di riferimento.

2.4.2 Polso sferico

Diverse architetture vengono considerate in questa sezione come possibili candidate per la realizzazione del polso sferico a sei gdl dell'attrezzatura.

Una prima architettura A-1, figura 2.6 può essere ottenuta usando tre cuscinetti a sfera come coppie rotoidali R_4 , R_5 ed R_6 . La forma dei membri L_4 ed L_5 garantisce che gli assi delle coppie R_4 , R_5 ed R_6 rimangano mutualmente perpendicolari e si intersichino nel centro del polso O . L_6 é un pin con

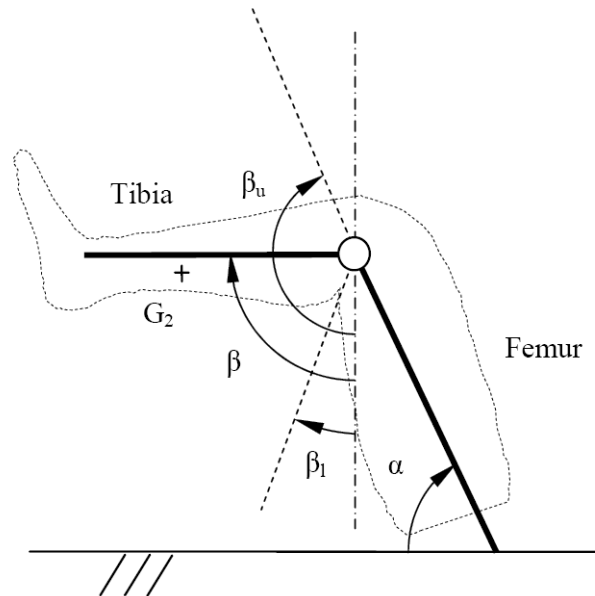


Figura 2.5: posizione di riferimento del preparato anatomico per l'esecuzione del moto passivo

asse coincidente con l'asse di R_6 ed è fissato al CM della parte mobile della gamba.

Per evitare interferenze tra i membri dell'attrezzatura e il segmento mobile della gamba, i membri che compongono il polso devono essere dimensionati in maniera opportuna e devono avere una posizione relativa appropriata rispetto ai segmenti dell'arto. In particolare se la posizione di riferimento dell'arto è quella definita in figura 2.5, gli assi di R_5 ed R_6 devono giacere su un piano orizzontale π_2 contenente il CM della tibia e formare due angoli $\gamma_1 = \gamma_2 = \pi/4$ rispetto al piano sagittale π_3 .

Una seconda ed una terza architettura per il polso, A-2 ed A-3, possono essere ottenute sostituendo i cuscinetti a sfera in R_5 o R_6 con guide prismatiche circolari come mostrato in figura 2.7. In entrambi i casi l'asse di R_6 è perpendicolare al piano sagittale e l'asse di R_5 è diretto lungo l'asse principale della tibia. La gamba fissata al telaio come nel caso precedente. Scegliendo una taglia opportuna per i membri entrambe le architetture non presentano problemi di interferenza.

Una quarta architettura per il polso A-4, può essere ottenuta usando un meccanismo parallelo piano in sostituzione della coppia rotoidale R_5 della soluzione A-2. Questo meccanismo composto da due parallelogrammi piani interconnessi, figura 2.7, vincola l'asse della coppia rotoidale R_6 a ruotare

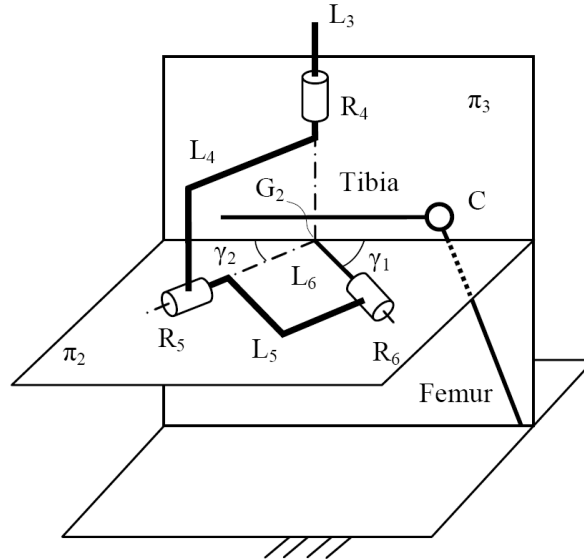


Figura 2.6: polso sferico, architettura A-1

attorno ad un asse perpendicolare sia al piano del meccanismo che agli assi di R_4 ed R_6 .

Le architetture a catena aperta rappresentate in figura 2.7 possono essere realizzate anche mediante catene chiuse replicando in maniera simmetrica le catene seriali che le compongono rispetto all'asse della coppia rotoidale R_4 , migliorando così la rigidezza del polso. L'architettura A-1 può anch'essa essere realizzata mediante una catena chiusa ma risulta essere più soggetta a problemi di interferenza con i segmenti dell'arto.

Tutte e quattro le soluzioni presentate possono essere facilmente bilanciate staticamente.

2.4.3 Bilanciamento statico

Per consentire correttamente il moto passivo ed evitare configurazioni singolari, i membri dell'attrezzatura devono essere bilanciati staticamente sia rispetto alle forze agenti lungo l'asse della coppia prismatica sia rispetto ai momenti attorno agli assi delle coppie rotoidali.

Le forze esterne applicate all'attrezzatura sono da ricondursi all'effetto della forza di gravità e sono per questo tutte verticali. Quindi, oltre al peso della parte mobile del preparato anatomico, le altre forze applicate sono i pesi dei vari membri dell'attrezzatura.

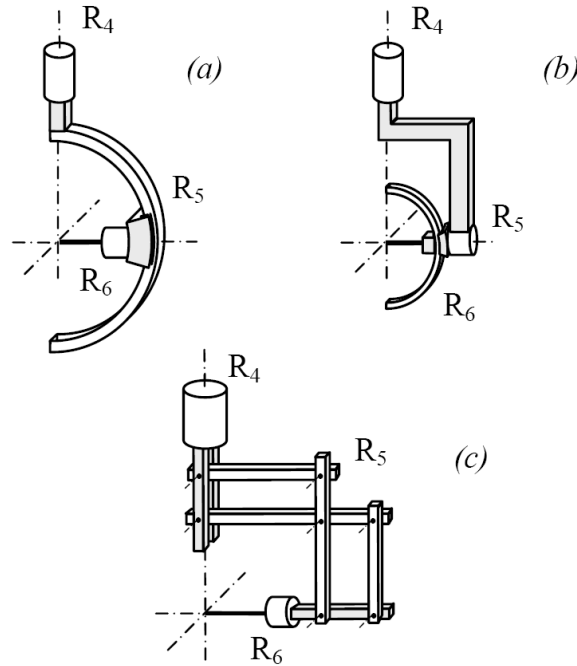


Figura 2.7: polso sferico, architetture A-2, A-3, A-4

La forza agente sulla coppia prismatica è bilanciata dalla forza agente sulla massa m come riportato in precedenza.

Una catena cinematica aperta con coppie rotoidali folli è automaticamente bilanciata se, per ogni coppia rotoidale $R_i, i = 1, \dots, 6$ la risultante di tutte le forze esterne agenti sui membri $L_j, j = i, \dots, 6$ è perpendicolare o parallela agli assi delle coppie rotoidali R_i . Quindi risultanti sghembe rispetto agli assi di rivoluzione di R_i provocano rotazioni relative dei membri L_{i-1} e L_i mentre risultanti perpendicolari o parallele sono bilanciate dalle reazioni vincolari delle coppie R_i . Il bilanciamento statico può quindi essere ottenuto aggiungendo opportune masse m_i ai membri L_i .

Se il membro L_i è connesso al membro L_{i-1} per mezzo di una coppia rotoidale R_i con asse verticale non è necessario bilanciarlo. Questo è vero se si ipotizza di ignorare le deformazioni elastiche presenti. Nelle strutture reali, tuttavia la deformazione dei membri sotto carico può produrre una deformazione angolare significativa dell'asse della coppia rotoidale rispetto alla direzione verticale. In questo caso, se la risultante delle forze verticali produce un momento attorno all'asse della coppia, è necessario il bilanciamento del membro.

I membri L_5 ed L_6 possono essere bilanciati staticamente rispetto agli

assi delle coppie R_5 ed R_6 aggiungendo masse opportune ai membri L_5 ed L_6 . Se il CM di L_6 giace sull'asse di R_6 allora il bialanciamento di L_6 non é necessario.

Per limitare le masse che devono essere aggiunte queste dovrebbero essere poste più lontano possibile rispetto agli assi delle coppie corrispondenti. In pratica masse e rigidzze dell'attrezzatura devono essere ottimizzate per un certo campo di moto dipendente dall'articolazione studiata.

2.4.4 Sistema di misura

La misura del moto relativo a 6 gdl tra le due ossa principali é ottenuto strumentando le coppie cinematiche del meccanismo adottato per la realizzazione dell'attrezzatura; l'attrezzatura quindi funziona anche da ISL. Gli spostamenti angolari $\theta_i, i = 1, 2, 4, 5, 6$ nelle coppie rotoidali $R_i, i = 1, 2, 4, 5, 6$ possono essere misurate mediante potenziometri a film plastico montati sulle coppie R_i . Per evitare che l'estensibilità del filo influenzi la misura la coppia rotoidale R_3 non é strumentata ma la traslazione s_3 tra i membri L_2 ed L_3 é misurata mediante un trasduttore di spostamento (LVDT) montato sulla coppia prismatica che collega i due membri. I sei parametri indipendenti del moto $\theta_i, i = 1, 2, 4, 5, 6$ e s_3 vengono utilizzati per rappresentare il moto relativo dei membri L_i ed $L_{i-1}, i = 1, \dots, 6$; L_0 identifica il telaio fisso.

Due sistemi di riferimento, S_0 ed S_f , fissati rispettivamente al telaio L_0 e al segmento fisso della gamba, sono introdotti e la loro posizione ed orientamento relativo misurate. Analogamente due sistemi di riferimento S_6 ed S_m , sono fissati rispettivamente al membro finale dell'attrezzatura e alla parte mobile dell'articolazione, e la loro posizione ed orientamento relativo trovati.

Misurando i cinque angoli $\theta_i, i = 1, 2, 4, 5, 6$ e la traslazione s_3 , e conoscendo posizione d'orientamento dei due segmenti ossei rispetto ad L_0 ed L_6 , la posizione relativa e l'orientamento dei due segmenti della gamba può essere misurata.

Capitolo 3

Modellazione del moto passivo

3.1 Disporre di un modello

Il ginocchio, come altre articolazioni umane, deve soddisfare contemporaneamente a due esigenze tra loro contrastanti:

- deve essere *mobile* per permettere ampi e fluidi movimenti
- deve essere *stabile* per garantire un supporto robusto durante la attività motoria.

A causa di malattie o traumi, una o entrambe le proprietà dell'articolazione possono venire compromesse e si rende necessario procedere chirurgicamente al ripristino, almeno parziale, delle funzionalità originarie.

La riduzione del dolore e la stabilità dell'articolazione possono essere ottenute anche mediante artrodesie (fusione delle due ossa formanti l'articolazione) mentre, per ottenere un certo grado mobilità, è necessario procedere con tecniche di ricostruzione dei legamenti o di sostituzione delle superfici articolari mediante l'uso di protesi. Protesi la cui progettazione ed impianto richiede una profonda conoscenza delle interazioni tra i legamenti e le superfici articolari che controllano la mobilità dell'articolazione [13, 14].

La stabilità articolare, intesa come la resistenza offerta dall'articolazione al moto relativo delle ossa in presenza di carichi ad essa applicati, è l'altro obiettivo di primaria importanza negli interventi di sostituzione articolare ed, il suo ripristino, è il principale motivo degli interventi di ricostruzione dei legamenti.

Con stabilità passiva si identifica la capacità delle strutture anatomiche passive, come superfici articolari e legamenti, di resistere al moto e, mediante test clinici, è possibile ottenerne una stima ed avere indicazioni sull'integrità e sulle caratteristiche meccaniche di tali strutture. Se oltre all'azione delle

strutture passive vi è anche azione muscolare nel contrastare le forze esterne applicate all'articolazione, si parla allora di stabilità attiva.

I molti studi effettuati evidenziano come il ripristino della normale funzionalità dell'articolazione e del normale campo di movimento può essere ottenuto solamente ripristinando le relazioni naturali esistenti tra la geometria delle superfici articolari e la geometria dei legamenti [13].

Comprendere a pieno il funzionamento delle sottostrutture e del complesso da esse formato significa essere in grado di riprodurre i comportamenti delle singole parti e dell'articolazione nel suo moto, significa quindi essere in grado di creare un modello del ginocchio. La bontà del modello stesso dipende da quanto ci si avvicina alla realtà e quindi quanto più esso si complica; ma riuscire a disporre di uno strumento così potente, in grado di simulare correttamente il comportamento reale dell'articolazione in condizioni normali, renderebbe possibile comparare tra loro il comportamento di differenti protesi in commercio fino a prevedere, nel caso di modello ideale, il risultato di interventi chirurgici determinando in anticipo, caso per caso, la protesi e il modo migliore di operare prima ancora che l'intervento abbia luogo.

3.2 Approccio simultaneo e approccio sequenziale

Innumerevoli studi ed esperimenti in-vitro e in-vivo hanno contribuito fortemente alla comprensione del funzionamento delle sottostrutture e del comportamento cinematico e dinamico dell'articolazione rendendone possibile la modellazione.

Le difficoltà di misurare e riprodurre i molteplici componenti e le condizioni che intervengono nella dinamica dell'articolazione suggeriscono di procedere gradatamente partendo da modelli notevolmente semplificati ma che permettano di focalizzare l'attenzione dapprima sugli aspetti fondamentali per poi passare a modelli più complessi e quindi vicini alla realtà.

Si delineano dunque due metodologie di studio principali basate entrambe sull'assunzione che il ginocchio possa essere rappresentato con un sistema meccanico, sistema che presenta una cinematica e una dinamica da risolvere.

Il primo approccio, quello *simultaneo*, considera contemporaneamente nel modello del ginocchio sia le caratteristiche geometriche e le proprietà meccaniche delle strutture coinvolte, sia i carichi applicati all'articolazione ovvero risolve contemporaneamente cinematica e dinamica mediante la risoluzione di un unico sistema di equazioni.

Il secondo approccio, quello *sequenziale*, parte dalla creazione di un mec-

canismo equivalente, ne risolve la cinematica di corpo rigido e la usa come punto di partenza per lo studio della dinamica

Il primo tipo di approccio si rivela buono nel caso di articolazioni molto rigide e con una possibilità di movimento molto ristretta, diventa però non adatto nel caso in cui l'articolazione in esame riveli un campo di moto virtualmente non caricato, *moto passivo*, molto ampio. La presenza di ampi movimenti che avvengono senza l'applicazioni di carichi esterni o muscolari, fa sì che la seconda modalità di approccio sia preferita. In questo caso si tratta di risolvere prima la cinematica del sistema nel suo moto passivo, poi, applicando le forze muscolari ed esterne, si risolve la dinamica usando l'analisi cinematica svolta in precedenza come punto di partenza di un metodo di risoluzione iterativo.

Per decidere quale dei due approcci applicare bisogna analizzare le relazioni tra superfici articolari e legamenti che determinano il moto passivo e stabilire quanti gradi di libertà presenta l'articolazione in condizioni non caricate.

3.3 Gradi di libertà dell'articolazione durante il moto passivo

Se il ginocchio viene sottoposto a carichi esterni esso presenta possibilità di movimento, più o meno ampia, in tutte le direzioni; in alcune direzioni però le strutture dell'articolazione oppongono più resistenza (*moto resistito*) rispetto ad altre (*moto non resistito*), fatto che si riscontra anche su cadavere e che quindi non dipende dall'attività muscolare ma va ricondotto all'azione delle strutture passive che formano l'articolazione. Ecco perchè in alcuni lavori si usa parlare di *gradi di libertà non resistiti* invece che di gradi di libertà (gdl)

In letteratura si possono trovare molti pareri, talvolta contrastanti, su quanti e quali gradi di libertà considerare nello studio dell'articolazione, dalle prime teorie che consideravano il ginocchio come una semplice coppia roto-oidale a chi considera tre rotazioni e tre traslazioni indipendenti, ad esempio nelle indagini cliniche.

In alcuni studi il ginocchio è considerato come un sistema a due gradi di libertà, flessione-estensione e rotazione interna-esterna, definendo l'involuppo del moto passivo come il limite delle rotazioni interne-esterne massime trovate applicando una coppia di $\pm 3Nm$ alla tibia per un assegnato angolo di flessione. Il moto è presentato come involuppo in quanto non è stato definibile con chiarezza un unico percorso di moto [6]. Poi in [12] si è giunti alla conclusione che è possibile individuare un unico percorso per descrivere il moto passivo

dell'articolazione, intendendo con ciò l'esistenza di un solo grado di libertà e quindi di un unico parametro indipendente nel moto. Conclusione sostenuta anche da [15] dimostrando che il percorso di moto passivo è contenuto nell'involuppo del moto con coppie applicate alla tibia, affermando che più che del moto passivo, gli involuppi trovati esprimono una descrizione della stabilità passiva.

3.4 Meccanismi equivalenti

L'esistenza di un unico percorso di moto passivo, fa sì che per l'articolazione esaminata, si scelga un approccio di tipo sequenziale. In particolare il comportamento delle strutture passive dell'articolazione può essere modellato mediante un meccanismo ad un solo grado di libertà in grado di riprodurre correttamente il moto passivo, quindi mediante un *meccanismo equivalente* all'articolazione in condizioni passive.

Per costruire tale meccanismo bisogna innanzitutto individuare i membri che lo compongono e come questi sono collegati tra loro. Tibia e femore sono i membri dei quali interessa studiare il moto; uno di essi verrà assunto come membro fisso e l'altro come mobile, scelta arbitraria dato che lo scopo è lo studio del loro moto relativo. Il contatto tra questi due membri avviene, come già visto, tramite le superfici articolari su un'area relativamente estesa grazie alla presenza dei menischi; in [16] viene mostrato come considerare il contatto articolare tra tibia e femore rigido, linearmente deformabile o non-linearmente deformabile porti a differenze molto ridotte, sia in senso qualitativo che quantitativo, nel caso in cui l'articolazione sia debolmente caricata. Risulta quindi ipotizzabile assumere come rigido e puntuale il contatto tra i condili femorali e il piatto tibiale nello studio del movimento passivo.

Femore e tibia sono collegati tra loro da innumerevoli strutture legamentose, molte delle quali però, nel moto passivo, sono lasse e di conseguenza possono non essere considerate. Al contrario, legamenti come ACL, PCL e MCL presentano sempre un certo numero di fibre tese e si possono individuare tra di esse, alcune fibre che presentano variazioni di lunghezza di pochi punti percentuali: si parla allora di *fibre isometriche*. Dire che tali fibre non variano la loro lunghezza durante il moto equivale, in termini cinematici, a considerarle corpi rigidi e quindi come se fossero delle bielle, membri rigidi collegati a tibia e femore mediante opportune coppie cinematiche e formanti con le due ossa un meccanismo. Nel seguito, quando si citeranno ACL, PCL, MCL, sarà sottinteso che si sta parlando dei soli fasci isometrici di tali legamenti in modo da snellire la trattazione.

Capitolo 4

Meccanismi equivalenti ad 1 gdl

4.1 Meccanismo piano

Se si va ad analizzare l'articolazione su un piano sagittale che passa tra i due condili, si può notare come femore e tibia siano vincolati tra loro dai due legamenti crociati a formare nel piano un quadrilatero articolato. In figura 4.1 vi è un ginocchio sinistro al quale è stato asportata la porzione laterale per mettere in evidenza i legamenti crociati; i punti A, B, C, D rappresentano i punti di inserzione dei fasci isometrici dei legamenti, il segmento AB rappresentata ACL, il segmento CD rappresenta PCL mentre AD e CB rappresentano rispettivamente tibia e femore.

Il meccanismo in esame è dunque formato da quattro membri rigidi e da quattro coppie cinematiche rotoidali che permettono la sola rotazione e impediscono la traslazione relativa dei membri: si tratta quindi di un meccanismo piano ad 1 gdl. In particolare il punto I , intersezione delle bielle che rappresentano i legamenti crociati, è il centro di istantanea rotazione del moto relativo femore-tibia; in corrispondenza di tale punto l'asse attorno a cui avviene la flessione incontra il piano sagittale di figura.

Il moto relativo di tibia e femore ottenuto mediante il quadrilatero articolato così costruito, è in buon accordo con quello osservato sperimentalmente proiezione del moto tridimensionale sul piano sagittale. L'utilizzo di un meccanismo piano come modello del moto passivo dell'articolazione, ha come grande limite il fatto di non tenere conto delle rotazioni e delle traslazioni nello spazio che compie realmente il ginocchio nel suo moto.

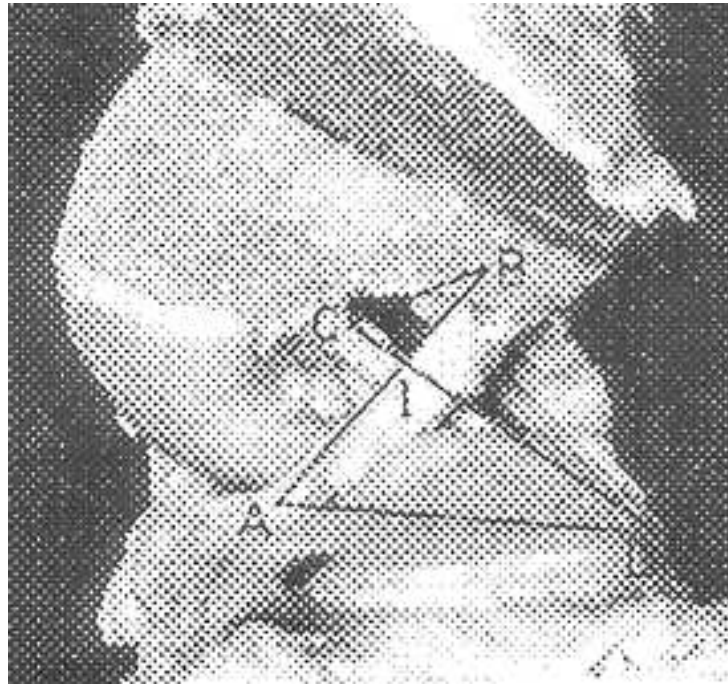


Figura 4.1: guardare AR

4.2 Meccanismi spaziali paralleli

4.2.1 Meccanismo ESM-1 e modello matematico M1

L'evoluzione del modello piano in uno spaziale più complesso avviene in [17,18] con il modello ESM-1 (Equivalent Spatial Mechanism - 1) nel quale vengono considerati, per costruire il meccanismo, i due contatti condilei tra tibia e femore e i fasci isometrici dei legamenti ACL, PCL e MCL. I condili femorali vengono approssimati a sfere, s_1 e s_2 con centri C_1 e C_2 , mentre le cavità tibiali a piani, p_1 e p_2 ; il contatto sarà di tipo puntuale in quanto entrambe le ossa vengono assunte come rigide ed indeformabili. Il meccanismo che ne risulta è formato da tre bielle, i legamenti, collegati al femore mediante coppie sferiche S (Spherical joint) e alla tibia mediante giunti di cardano U (Universal joint), e da due coppie superiori rappresentate dai contatti sfera-piano.

Le coppie S permettono tre rotazioni e le U permettono due rotazioni attorno ad altrettanti assi mentre i contatti sfera-piano permettono tre rotazioni e due traslazioni impedendo solamente il distacco o la compenetrazione di sfera e piano. La scelta di usare delle coppie di tipo U al posto di quelle sferiche è necessaria per eliminare la possibilità di rotazioni delle

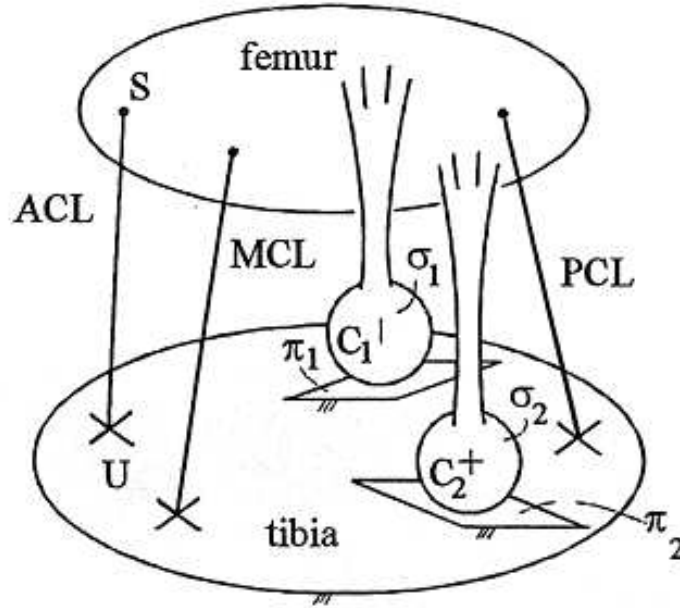


Figura 4.2: guardare AR

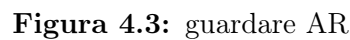
bielle rappresentanti i tre legamenti attorno al proprio asse. Calcolando i gdl risulta:

$$l = 6(5 - 1) - 5 * 0 - 4 * 3 - 3 * 3 - 2 * 0 - 2 = 1 \quad (4.1)$$

ovvero il meccanismo è dotato di un solo gdl. Il modello cinematico del meccanismo è stato trovato sostituendo al posto dei contatti sfera-piano catene cinematiche formate da una coppia sferica centrata in $C_i, i = 1, 2$, collegata in serie a due coppie prismatiche che spazzano il piano $p_i, i = 1, 2$; ogni coppia sferica è stata sostituita da tre coppie cilindriche intersecanti e ad ogni coppia di tipo U da due coppie cilindriche ancora intersecanti.

Il modello matematico che ne risulta, denominato M1, è rappresentato da un sistema di 24 equazioni non lineari in 24 incognite per un dato angolo di flessione. Oltre all'elevato numero di equazioni, la sostituzione coppia sferica-tre coppie cilindriche non è del tutto equivalente; per la particolare geometria della rappresentazione mediante coppie cilindriche infatti si introducono delle singolarità nel meccanismo altrimenti non presenti con l'uso di coppie sferiche.

Per la risoluzione della cinematica diretta del meccanismo sono stati usati dei metodi matematici interattivi e si trova così il percorso relativo del femore rispetto alla tibia, ipotizzata fissa, che rispetta i vincoli imposti. Il confronto dei parametri cinematici così trovati è in buon accordo con quelli



4.2.2 Modello matematico M2

Come si può vedere in figura 4.4 sono stati introdotti due sistemi di riferimento cartesiani: S_t solidale alla tibia, S_f solidale al femore. Il vettore \mathbf{p} individua la posizione dell'origine O_f di S_f nel sistema di riferimento S_t . I punti A_1 , A_2 , A_3 sono i punti di inserzione tibiali dei legamenti ACL, PCL, MCL rispettivamente così come B_1 , B_2 , B_3 sono i punti attacco dei legamenti al femore. Con queste notazioni l'invarianza della lunghezza dei fasci isometrici dei legamenti durante il moto è espressa come:

$$L_j^2 = (p + R_{tf}^f b_j - A_j)^2 \quad j = 1, 2, 3 \quad (4.2)$$

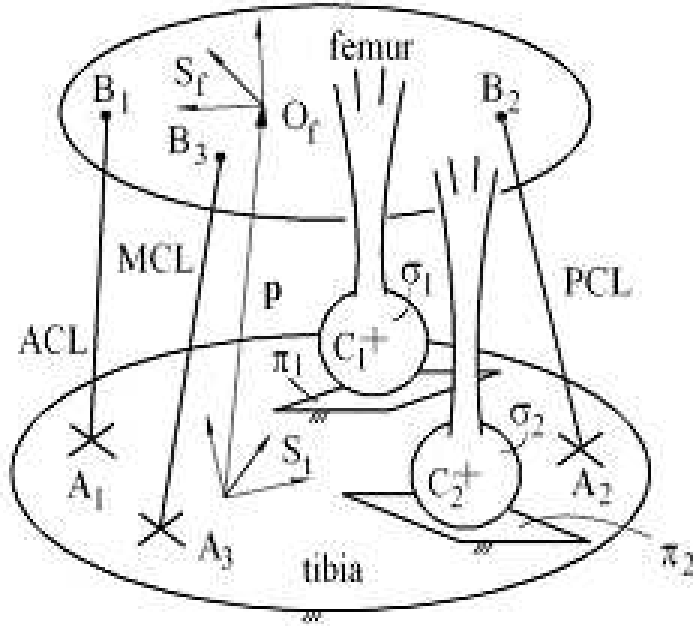


Figura 4.4: guardare AR

dove le lettere maiuscole indicano i vettori posizione misurati in S_t ; L_j , $j = 1, 2, 3$, sono le lunghezze rispettivamente dei legamenti ACL, PCL, MCL; ${}^f b_j$, $j = 1, 2, 3$, sono i vettori posizione dei punti B_j , $j = 1, 2, 3$, misurati in S_f . R_{tf} è la matrice di rotazione che trasforma le componenti di un vettore misurato in S_f in quelle dello stesso vettore misurate in S_t . Mentre, durante il moto, le sfere s_i , $i = 1, 2$, scivolano sui piani p_i , $i = 1, 2$, i centri C_i delle stesse rimangono su piani p'_i paralleli ai piani p_i e situati ad una distanza dagli stessi pari ai raggi r_i delle sfere s_i .

Indichiamo con n_i , $i = 1, 2$, sono le normali ai piani p'_i , $i = 1, 2$, misurate in S_t . La condizione per cui il punto C_i giaccia sul piano p'_i può essere espressa come segue:

$$n_i \cdot (p + R_{tf} {}^f c_i - O_i) = 0 \quad i = 1, 2 \quad (4.3)$$

dove ${}^f c_i$, $i = 1, 2$, rappresenta il vettore posizione del punto C_i misurato in S_f , e O_i , $i = 1, 2$, un generico punto appartenente al piano p'_i le cui coordinate sono note in S_t . Le equazioni 4.2 e 4.3 sono il sistema di equazioni di chiusura del modello matematico M2. Il sistema ha cinque equazioni non lineari in sei incognite: le tre componenti del vettore posizione p e i tre parametri di orientamento della matrice di rotazione R_{tf} . Di conseguenza se

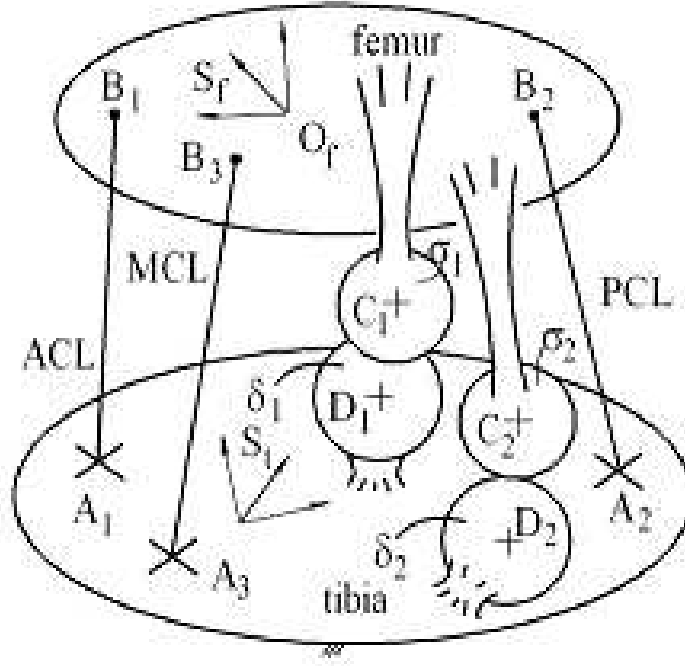


Figura 4.5: modello cinematico ESM-2

una qualsiasi delle incognite è assegnata le altre cinque si possono ricavare risolvendo numericamente il sistema.

4.2.3 Meccanismo ESM-2 e modello matematico M3

Oltre al modello M2 in [19] viene presentato anche un nuovo modello ottenuto a partire da ESM-1 sostituendo i piani $p_i, i = 1, 2$, con due superfici sferiche $d_i, i = 1, 2$, per approssimare meglio la forma curva dei condili tibiali, figura 4.5. I punti $D_i, i = 1, 2$, sono i centri delle due superfici sferiche $d_i, i = 1, 2$, e $q_i, i = 1, 2$, i raggi presi positivi o negativi a seconda che le superfici d_i e s_i siano da parti opposte o dalla stessa parte rispetto al piano tangente alle superfici stesse nel loro punto di contatto.

Le superfici sferiche scivolano le une sulle altre durante il moto così che il centro C_i di s_i è sempre alla stessa distanza $\|r_i + q_i\|$ dal punto D_i centro di di fisso rispetto alla tibia. Si ha quindi la seguente equazione:

$$(r_i + q_i)^2 = (p + R_{tf}^f c_i - D_i)^2 \quad i = 1, 2 \quad (4.4)$$

dove il significato dei simboli non specificati è lo stesso del modello precedente. Le equazioni 4.2 e 4.4 formano il sistema di equazioni di chiusura

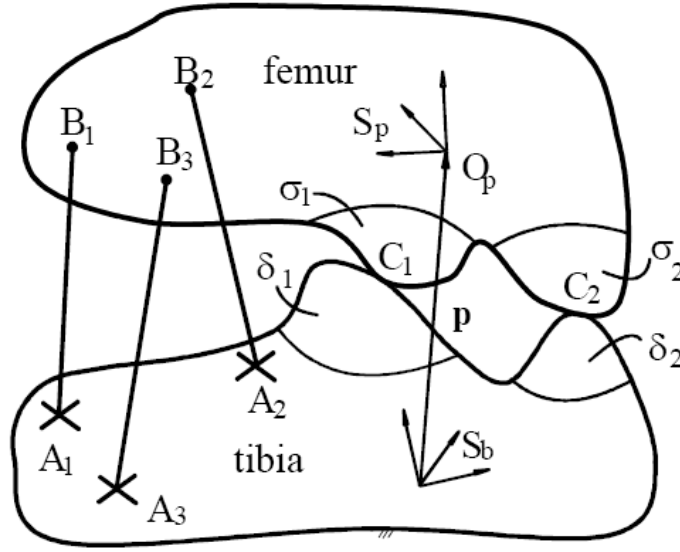


Figura 4.6: modello cinematico GKM

del nuovo meccanismo ESM-2, di cui rappresentano il modello matematico denominato M3. Anche in questo caso, come nel modello M2, il sistema ha cinque equazioni non lineari in sei incognite: le tre componenti del vettore posizione p e i tre parametri di orientamento della matrice di rotazione R_{tf} . Di conseguenza se una qualsiasi delle incognite è assegnata le altre cinque si possono ricavare risolvendo numericamente il sistema.

4.2.4 Meccanismo ESM-3 e modello matematico M4

Un ulteriore sviluppo dei modelli visti finora si ha in [20] dove viene presentato un modello che sostituisce le superfici sferiche di ESM-2 con superfici di forma qualsiasi (General Knee Mechanism GKM) schematicamente rappresentato in figura 4.6;

Le superfici δ_j , $j = 1, 2$, e σ_j , $j = 1, 2$, rispettivamente di femore e tibia, formano le coppie cinematiche superiori del modello. Se per la descrizione delle superfici articolari vengono utilizzate superfici espresse in forma parametrica, come le superfici B-Spline utilizzate in questa tesi, figura 4.7, allora le condizioni di contatto tra le superfici δ_j , $j = 1, 2$, e σ_j , $j = 1, 2$ possono essere espresse mediante le seguenti equazioni:

$${}^tE_j = R_{tf}^f F_j + tp \quad j = 1, 2 \quad (4.5)$$

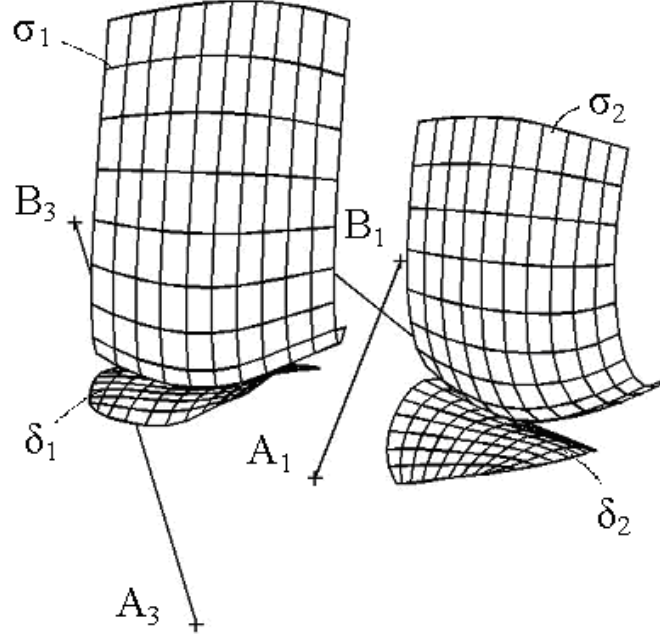


Figura 4.7: Modello M4 con superfici articolari modellate mediante superfici B-Spline

$$\frac{{}^tG_{jx}}{{}^tG_{jz}} = \frac{{}^tH_{jx}}{{}^tH_{jz}} \quad j = 1, 2 \quad (4.6)$$

$$\frac{{}^tG_{jy}}{{}^tG_{jz}} = \frac{{}^tH_{jy}}{{}^tH_{jz}} \quad j = 1, 2 \quad (4.7)$$

dove il vettore tE_j , $j = 1, 2$ è il vettore posizione del punto di contatto E_j , $j = 1, 2$ della superficie δ_j , $j = 1, 2$ misurato in S_f e il vettore tF_j , $j = 1, 2$ è il vettore posizione del punto di contatto F_j , $j = 1, 2$ della superficie σ_j , $j = 1, 2$ misurato in S_t . Le quantità scalari ${}^tG_{jx}$, ${}^tG_{jy}$, ${}^tG_{jz}$, $j = 1, 2$, sono le componenti del vettore normale tG_j , $j = 1, 2$ nel punto di contatto E_j misurato in S_t e le quantità scalari ${}^tH_{jx}$, ${}^tH_{jy}$, ${}^tH_{jz}$, $j = 1, 2$, sono le componenti del vettore normale tH_j , $j = 1, 2$ nel punto di contatto F_j misurato in S_t .

Le equazioni 4.2, 4.5, 4.6, 4.7 formano il sistema di equazioni di chiusura di tredici equazioni in tredici incognite per un dato angolo di flessione del modello M4. Se le superfici con cui si approssimano i condili fossero descritte mediante equazioni scalari il sistema di equazioni di chiusura sarebbe stato composto da undici equazioni in undici incognite per un dato angolo di flessione.

4.3 Modellazione di superfici articolari complesse

I modelli matematici delle superfici basati su dati sperimentali sono molto importanti negli studi biomeccanici in quanto permettono di descrivere la geometria di superfici anche molto complicate e di determinarne i parametri quali la curvatura e la normale.

Questo può essere utile per esempio per studi agli elementi finiti della meccanica delle articolazioni, per stimare i punti di contatto lo spessore della cartilagine, per valutare la congruenza delle articolazioni e per caratterizzare le superfici sulla base dell'analisi della curvatura.

Geometria, curvatura e normale della superficie possono essere calcolate in ogni punto disponendo di un modello matematico.

4.3.1 Stato dell'arte

Rappresentare una superficie articolare mediante un modello matematico costruito a partire da misure sperimentali genera una serie di difficoltà crescenti con la complessità della superficie da rappresentare. queste difficoltà diventano ancora maggiori se i dati di partenza sono campionati non uniformemente (distanza diversa tra punti vicini), se sono sparsi (ovvero non formano una griglia rettangolare) e se non sono ordinati (non è noto quale punto sta in una determinata riga e colonna).

Se vi è inoltre un errore di acquisizione significativo, può essere utile disporre di uno strumento in grado di approssimare la superficie limitando le discontinuità della curvatura (smoothing) piuttosto di un modello che interpoli esattamente i punti acquisiti.

Diversi metodi sono stati utilizzati in letteratura per la rappresentazione tridimensionale delle superfici articolari, ognuno dei quali presenta pregi e difetti dipendenti dalle modalità di acquisizione dei dati e dal tipo di modello che si intende realizzare.

Una prima distinzione può essere fatta sulla base delle funzioni utilizzate per la descrizione delle superfici in \mathbf{R}^3 . Alcuni di essi utilizzano funzioni polinomiali del tipo $z = f(x, y)$, come nei lavori [21], [22], [23]; tra questi, buoni risultati per la modellazione delle superfici articolari del ginocchio si possono ottenere con il metodo proposto in [23] che fa uso delle superfici *Smoothing Thin-Plate Spline*.

Altri metodi utilizzano invece funzioni parametriche del tipo $X = f(u, w)$ dove X rappresenta le tre coordinate del punto appartenente alla superficie studiata e u e w sono le variabili parametriche della superficie. In [24] viene

utilizzato il metodo sviluppato in [25] e in modo simile viene fatto nei lavori di [26]; in altri lavori dello stesso autore vengono utilizzate le spline polinomiali biquintiche ed in [27] le B-spline con approssimazione ai minimi quadrati della superficie di partenza.

4.3.2 Superfici Thin-Plate Spline

Per superfici che devono essere ricostruite a partire da nubi di punti sparsi, le tecniche di modellazione basate sull'utilizzo di funzioni radiali di base possono offrire una buona soluzione. La superficie da modellare viene in questo caso rappresentata mediante una superficie polinomiale di grado basso (es. piano, cilindro) alla quale viene aggiunta una'altra superficie che interpola le differenze tra i dati originali e la superficie polinomiale di partenza.

La superficie interpolante è espressa mediante trasformate degli n punti appartenenti al dominio dei dati originali ottenute utilizzando funzioni radiali simmetriche del tipo

$$f_i(x_i, y_i) = \phi(r_i) \quad (4.8)$$

dove

$$r_i^2 = x_i^2 + y_i^2 \quad (4.9)$$

Se la funzione simmetrica scelta è

$$r_i^2 \ln(r_i) \quad (4.10)$$

allora l'equazione che descrive la superficie originale sarà del tipo

$$S(x, y) = \sum_{i=1}^n c_i f_i(x_i, y_i) + c_{n+1} + c_{n+2}x + c_{n+3}y \quad (4.11)$$

Gli $n + 3$ coefficienti presenti in S vengono determinati imponendo che la superficie interpoli i punti originali, cioè che sia verificata la condizione

$$z_i = S(x_i, y_i), \quad i = 1, \dots, n \quad (4.12)$$

ed inoltre soddisfi ad un'ulteriore condizione tale per cui se tutti i punti (x_i, y_i, z_i) giacciono in un piano allora anche la superficie $S(x, y)$ deve ridursi all'equazione di tale piano. Questo tipo di superficie è chiamato superficie *Thin-Plate Spline (TPS)*.

Se si desidera ottenere una superficie che invece di interpolare esattamente i punti di partenza si limiti ad approssimarli per ottenere una superficie risultante più *dolce* allora è necessario sostituire le condizioni in 4.12 con un criterio di minimizzazione ai minimi quadrati. Il risultato è una superficie di tipo *Smoothing Thin-Plate Spline (S-TPS)*.

L'idea è di trovare un funzione S tale per cui il funzionale

$$J(f) = E(f) + \sum_{i=1}^n w_i [f(x_i, y_i) - z_i]^2 \quad (4.13)$$

sia minimo quando $f = S$. $E(f)$ rappresenta l'energia di deformazione di un piano ideale, che si deforma solo a flessione, in corrispondenza degli n punti dati. I pesi w_i , sempre positivi, determinano quanto vicino a z_i i valori di $f(x_i, y_i)$ siano ad ottimizzazione completata.

Il principale vantaggio di questa modalità di rappresentazione è dato dalla possibilità di ottenere un'unica equazione in grado di descrivere la superficie partendo da una nube di punti sparsi. Per superfici che non presentino un dominio di definizione piano, è possibile applicare il metodo su esposto cambiando il sistema di coordinate e quindi ottenere superfici interpolanti od approssimanti in coordinate cilindriche o sferiche. In questi casi però il significato fisico proprio della thin-plate spline, ovvero la minimizzazione dell'energia potenziale elastica, viene meno ma le superfici che si ottengono presentano ugualmente le caratteristiche del caso illustrato.

Gli svantaggi di questa rappresentazione matematica sono dati dal fatto che in corrispondenza dei originali, la funzione presenta una discontinuità nella derivata seconda, la perturbazione anche di uno solo dei punti di partenza si propaga per tutto il dominio e che difficoltà di tipo numerico possono sopraggiungere nel caso in cui si utilizzino insiemi di punti molti elevati.

4.3.3 Superfici B-Spline

Di seguito verranno descritte brevemente solo le principali caratteristiche delle superfici B-Spline in quanto questi strumenti matematici sono comunemente impiegati per la rappresentazione geometrica di superfici nel disegno e una vasta letteratura a riguardo è disponibile [28–30]. Le superfici B-Spline sono superfici parametriche la cui formulazione deriva direttamente da quella delle curve B-Spline riportata di seguito. Le curve B-Spline risolvono il problema del controllo locale della forma delle curve realizzate mediante l'utilizzo di un insieme di funzioni di miscelamento che hanno una influenza locale e dipendono solo da alcuni punti di controllo circostanti. Esistono diverse modalità di rappresentazione dell'equazione di una di queste curve e nel seguito verrà utilizzata la più comune forma ricorsiva o B-form. L'equazione di una curva B-Spline si può scrivere come:

$$p(u) = \sum_{i=0}^n p_i N_{i,k}(u) \quad (4.14)$$

dove \mathbf{p} è un punto della curva, u è la variabile parametrica, $N_{i,k}(u)$ sono le funzioni di miscelamento che *pesano* gli effetti degli $n + 1$ punti di controllo $\mathbf{p}_i, i = 0, \dots, n$. k è un parametro che controlla il grado delle funzioni polinomiali N e, con le limitazioni imposte in 4.19, è indipendente dal numero di punti di controllo. Le funzioni di miscelamento sono definite ricorsivamente dalle seguenti espressioni:

$$N_{i,1}(u) = \begin{cases} 1 & \text{se } t_i \leq u < t_{i+1} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (4.15)$$

e

$$N_{i,k}(u) = \frac{(u - t_i)N_{i,k-1}(u)}{t_{i+k-1} - t_i} + \frac{(t_{i+k} - u)N_{i+1,k-1}(u)}{t_{i+k} - t_{i+1}} \quad (4.16)$$

dove k controlla il grado ($k - 1$) delle funzioni polinomiali in u e di conseguenza il grado della curva. I valori t_i sono detti *nodi* e sono in relazione con il parametro u relativo ai punti di controllo \mathbf{p}_i . Per una curva aperta i t_i sono:

$$\begin{aligned} t_i &= 0 & \text{se } i < k \\ t_i &= i - k + 1 & \text{se } k \leq i \leq n \\ t_i &= n - k + 2 & \text{se } i > n \end{aligned} \quad (4.17)$$

con

$$0 \leq i \leq n + k \quad (4.18)$$

L'intervallo in cui è compreso il parametro u è

$$0 \leq u \leq n - k + 2 \quad (4.19)$$

Poiché il denominatore che compare nella 4.16 può essere uguale a zero, si assume per convenzione che $0/0 = 1$

Definite le curve B-Spline, la definizione delle superfici B-Spline non è altro che l'espressione:

$$\mathbf{p}(u, w) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \mathbf{p}_{i,j} N_{i,k}(u) N_{j,l}(w) \quad (4.20)$$

dove le funzioni di miscelamento sono esattamente le stesse viste in precedenza. In questo caso, trattandosi di una superficie, si nota la presenza di due variabili parametriche indipendenti, u e w , e di due parametri k e l per controllare il grado delle funzioni N . Inoltre si fa notare come i punti $\mathbf{p}_{i,j}$ rappresentino i vertici del poliedro di controllo; inoltre è bene evidenziare che sono necessari due insiemi dei valori dei nodi t_i e t_j e che i punti di controllo formano un vettore di dimensioni $(m + 1) \times (n + 1)$. Per una B-Spline non periodica (superficie non chiusa) i valori di m, n, k, l, t_i e t_j vengono selezionati e calcolati esattamente come nel caso delle curve.

I principali vantaggi di questo tipo di rappresentazione sono da ricercarsi nel fatto che:

- la forma delle equazioni che definiscono la superficie, quindi la superficie stessa, è indipendente dal sistema di coordinate e dipende solamente dai rapporti tra le posizioni relative dei punti di controllo; di conseguenza anche le proprietà geometriche della superficie come la normale e la tangente non dipendono dal sistema di coordinate adottato;
- scegliendo opportunamente il numero di punti di controllo e gli altri parametri, è possibile descrivere superfici anche notevolmente complicate;
- la continuità della superficie dipende dal grado delle funzioni di miscelamento, quindi, per assicurare una continuità di tipo C_2 è sufficiente che il grado delle funzioni sia almeno 3.
- la formulazione di tipo ricorsivo rende questo metodo facilmente implementabile ed è comunemente adottato per la modellazione in software grafici e cad.

Il principale svantaggio di queste superfici è invece legato alla necessità di avere una griglia ordinata di punti di controllo da cui generare la superficie, possibilità strettamente correlata alla forma della superficie da modellare e al metodo utilizzato per la sua digitalizzazione.

4.3.4 Soluzione adottata

Nell'ambito del lavoro di ricerca in cui è stata scritta la presente tesi, i dati a disposizione per la ricostruzione delle superfici articolari si presentavano sottoforma di nuvole di punti sparsi. Di conseguenza, per la definizione delle superfici articolari del modello si è adottata una metodologia specificamente studiata per questa situazione. La metodologia, proposta in [31], fa uso di superfici espresse in forma esplicita per ottenere ad un primo insieme di punti ordinati in modo da utilizzare poi superfici parametriche per la realizzazione del modello matematico dell'articolazione. La superficie utilizzata per la costruzione della griglia di punti ordinati è del tipo S-TPS descritta in precedenza.

I problemi maggiori si incontrano nella rappresentazione delle superfici articolari del femore data la loro particolare conformazione. Innanzitutto invece di ricostruire un'unica superficie si costruiscono due superfici articolari separate per i due condili in modo da ottenere due superfici più semplici e più facilmente modellabili. Per quanto detto in precedenza a proposito delle

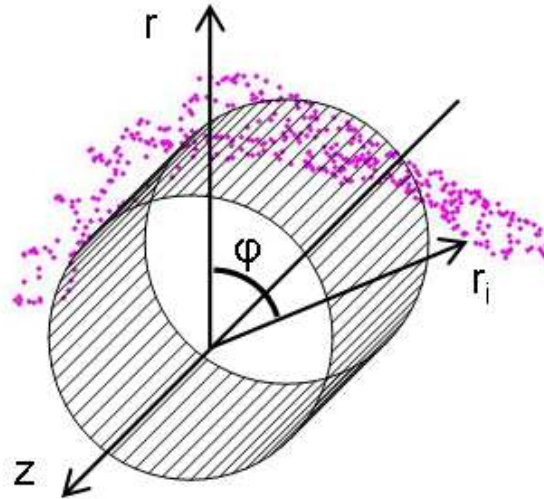


Figura 4.8: rappresentazione dei punti originali del condilo in coordinate cilindriche e cilindro LSC

superfici TPS e, data la particolare forma dei condili 1.2.1, è conveniente esprimere i punti digitalizzati di un condilo in coordinate cilindriche. L'asse z del sistema di coordinate cilindriche viene fatto coincidere con l'asse del cilindro che meglio approssima la nuvola di punti della superficie del condilo, calcolato mediante minimizzazione ai minimi quadrati (lscylinder, Matlab, 2004) delle distanze tra superficie del cilindro e punti originali, figura 4.8.

La superficie S-TPS ottenuta sarà quella che, partendo dalla superficie del cilindro individuato approssima i punti originali del condilo con il fattore di approssimazione scelto.

Noto il dominio dei punti originali, dalla superficie S-TPS che li approssima è semplice ottenere una griglia di punti ordinati appartenenti alla superficie stessa ad esempio dividendo il dominio in regioni rettangolari regolari e calcolando i punti della griglia in corrispondenza dei vertici dei rettangoli.

Si dispone così di una griglia ordinata di punti che, riparametrizzata in coordinate cartesiane, permette di generare la superficie B-Spline del condilo mediante interpolazione o approssimazione dei punti della griglia. La scelta del numero di punti di controllo e del grado delle funzioni di miscelamento della superficie ottenuta possono essere variati, entro i limiti evidenziati in 4.19, per ottenere la classe di continuità della superficie o l'approssimazione desiderate 4.10.

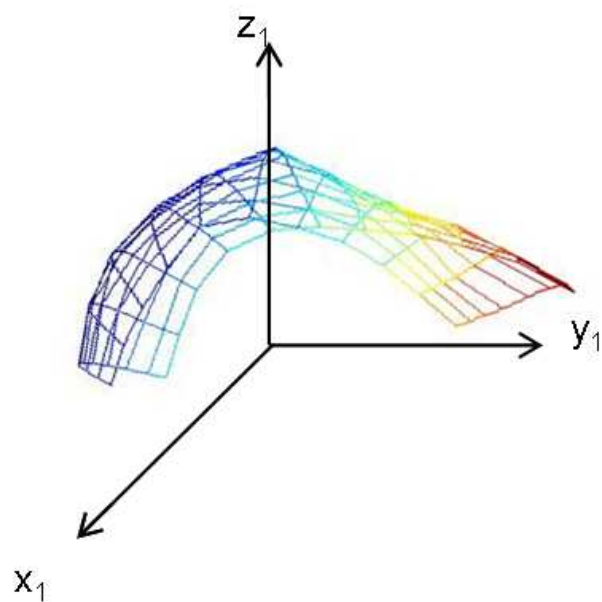


Figura 4.9: rappresentazione dei punti originali del condilo in coordinate cilindriche e cilindro approssimante

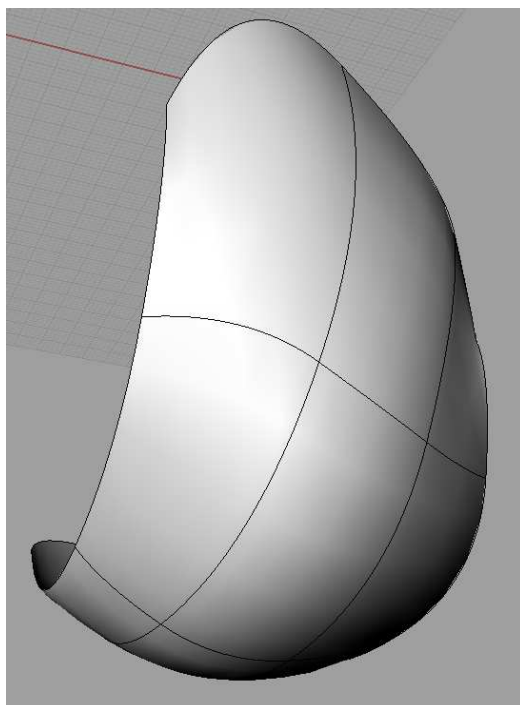


Figura 4.10: esempio di condilo femorale modellato mediante superficie B-Spline

4.4 Sintesi dei meccanismi ESM-1 ESM-2 ed ESM-3

4.4.1 Stato dell'arte

La sintesi dimensionale dei membri binari atti a guidare un corpo rigido attraverso un numero di posizioni dato ha sempre attratto, a causa della sua rilevanza pratica, l'interesse degli esperti di cinematica per oltre un secolo (Hunt, 1978).

Per il caso piano, il quadrilatero articolato rappresenta un classico esempio di tali meccanismi; la soluzione al problema della sua sintesi è stata trovata da Burmester (1876,1877) dimostrando che, se sono assegnate cinque posizioni di corpo rigido della piattaforma, allora la sintesi dei membri che lo compongono ammette un numero finito di soluzioni.

L'equivalente spaziale del quadrilatero articolato è il meccanismo ESM-2. Pensando infatti di sostituire al vincolo dato dal contatto delle superfici sferiche che approssimano i condili due bielle che ne uniscono i centri, si ottiene un meccanismo in cui la piattaforma mobile (femore) è collegata alla base (tibia) mediante cinque membri binari. Si può notare che le equazioni che descrivono il meccanismo rimangono le stesse.

Per tale meccanismo una soluzione è stata recentemente proposta in [32]. In particolare, se sono assegnate sette posizioni di corpo rigido alla piattaforma, il numero di soluzioni massime nel dominio complesso per le lunghezze dei membri binari è pari a venti.

Nel caso di un meccanismo diverso da quelli riportati come esempio o di un numero di posizioni di corpo rigido arbitrario, le soluzioni al problema di sintesi dei membri, ovvero della determinazione dei parametri geometrici che caratterizzano il meccanismo, non sono generalmente determinabili in maniera esatta. In questi casi, piuttosto che l'utilizzo di tecniche algebriche molto complesse, ci si accontenta di trovare una soluzione, o un numero limitato di esse, mediante metodi di ottimizzazione numerica. La soluzione ottimale è determinata minimizzando una funzione obiettivo opportunamente scelta e partendo da un insieme dato di valori dei parametri geometrici da trovare.

Quello che ci si propone in questa tesi è di determinare i valori dei parametri geometrici dei modelli tali per cui il moto relativo descritto dal meccanismo riproduca il più fedelmente possibile il moto passivo dell'articolazione. Come insieme di valori di partenza per l'ottimizzazione numerica sono utilizzati i dati anatomici ricavati sperimentalmente (cap 5.2).

Altri metodi numerici [33] sono stati proposti molto recentemente per la

determinazione di tutte le soluzioni al problema della sintesi in un determinato intervallo di valori dei parametri geometrici da determinare, assegnando alcuni di essi. Attualmente questa metodologia non permette di ottimizzare tutti i parametri geometrici del modello contemporaneamente e soprattutto non per un numero di posizioni assegnate arbitrario.

4.4.2 Ottimizzazione dei parametri geometrici dei modelli

Prendendo come riferimento il moto relativo femore-tibia ed i dati sulla geometria articolare determinati sperimentalmente, un processo di ottimizzazione numerica è stato utilizzato per trovare i parametri geometrici dei modelli che permettono ai tre diversi meccanismi di riprodurre i dati sperimentali del moto passivo nel miglior modo possibile. Infatti, assegnando il valore dell'angolo di flessione α , è possibile calcolare per ogni modello i valori degli angoli β di abduzione-adduzione, γ di rotazione interna-esterna e i valori delle tre componenti del vettore posizione del sistema di riferimento del femore rispetto al sistema di riferimento della tibia \mathbf{p} (cfr. 1.3), in quanto i modelli possiedono un solo gdl.

La funzione obiettivo da minimizzare, funzione errore err , è la somma degli errori rispetto ai valori sperimentali β' , γ' e \mathbf{p}' di β , γ e \mathbf{p} rispettivamente, pesati rispetto ai valori di β , γ e \mathbf{p} calcolati per n valori distinti dell'angolo di flessione α . I pesi vengono utilizzati per tener conto delle diverse unità di misura e ampiezze delle incognite dipendenti e sono calcolati come la differenza elevata al quadrato tra il valore massimo e minimo di ognuna delle variabili dipendenti misurato sperimentalmente. La funzione err può quindi essere espressa come segue:

$$err = \sum_j^5 \sum_i^n (d_j(\alpha_i) - d'_j(\alpha_i))^2 / (d'_{jmax} - d'_{jmin})^2 \quad j = 1, \dots, 5 \quad i = 1, \dots, n \quad (4.21)$$

dove d_j , $j = 1, \dots, 5$ rappresenta la j-esima componente del vettore

$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} \beta \\ \gamma \\ \mathbf{p} \end{pmatrix}$$

formato dalle incognite dipendenti calcolate β , γ e le tre componenti del vettore \mathbf{p} ; d'_j , $j = 1, \dots, 5$ rappresenta la j-esima componente del vettore \mathbf{d}' dei corrispondenti valori sperimentali β , γ e le tre componenti del vettore \mathbf{p} . Il

minimo relativo della funzione obbiettivo é stato calcolato mediante l'algoritmo *fminbnd*, *matlab*, 2004 limitando il dominio di ricerca dei parametri da ottimizzare per ottenere risultati compatibili con l'anatomia del ginocchio studiato. Dato che la funzione *err* dipende, tramite le incognite dipendenti, dal sistema di equazioni del modello, i parametri geometrici che devono essere ottimizzati variano da modello a modello.

Oltre che metodi numerici tradizionali, sono stati utilizzati anche metodi basati su algoritmi genetici *ga*, *matlab*, 2004 per trovare una prima soluzione al problema di sintesi, successivamente raffinata con gli algoritmi precedenti.

4.4.3 Modelli M2 ed M3

Per il modello M2 i parametri da ottimizzare sono i punti di inserzione e la lunghezza dei legamenti, le posizione del centro ed il raggio delle sfere che approssimano le superfici articolari del femore e la posizione e orientamento dei piani tibiali.

Per il modello M3 i parametri da ottimizzare sono i punti di inserzione e la lunghezza dei legamenti, le posizioni dei centri e le somme m_i , $i = 1, 2$, dei raggi r_i , $i = 1, 2$, q_i , $i = 1, 2$, delle sfere che approssimano le superfici articolari di femore e tibia.

4.4.4 Modello M4

Per il modello M4 i parametri geometrici da determinare sono i punti di inserzione e le lunghezze dei legamenti. La forma e la posizione delle superfici articolari in questo caso non variano in quanto lo scopo della tesi é proprio quello di analizzare i limiti di un modello in cui le superfici articolari siano vicine alla realtà anatomica e quindi non siano oggetto di ottimizzazione.

Capitolo 5

Esperimenti e simulazioni

5.1 Acquisizione dei dati

I dati sperimentali necessari per la sintesi dei modelli matematici sono stati ricavati da misure eseguite presso gli Istituti Ortopedici Rizzoli, Laboratorio di Analisi del Movimento.

La maggior parte dei preparati anatomici, costituiti da arti inferiori umani, si presentavano completi dalla testa del femore al piede, altri invece presentavano assenza di porzioni muscolari o ossee tali però da non compromettere la funzionalità dell'articolazione di ginocchio. Tutti i preparati erano inoltre privi di difetti anatomici.

Sia per la digitalizzazione dei dati anatomici, quali punti di riferimento e superfici articolari, che per l'acquisizione del moto relativo del femore rispetto alla tibia è stata utilizzata un attrezzatura stereofotogrammetrica standard normalmente impiegata per gli interventi chirurgici di sostituzione articolare (Stryker Navigation System), figura 5.1. L'attrezzatura è formata da un sistema di sensori ottici fisso (sistema ottico), due marcatori fissati rispettivamente a femore e tibia, dotati di dispositivi ottici sia attivi che passivi visibili dal sistema ottico, e da un altro marcatore simile ai precedenti ma recante una punta metallica calibrata (puntatore) per la digitalizzazione dei punti. Il sistema ottico in esame è in grado di rilevare la posizione e l'orientamento dei marcatori e del pointer in un determinato spazio di lavoro. La posizione e l'orientamento dei marcatori sono espressi rispetto ad un sistema di riferimento Cartesiano S_L fisso al sistema ottico; la posizione e l'orientamento del puntatore sono espressi rispetto ad un sistema di riferimento Cartesiano S_{TT} fissato sul marcatore tibiale e ad un sistema di riferimento Cartesiano S_{FT} fissato sul marcatore femorale.

Il femore viene fissato al tavolo chirurgico (se l'arto è incompleto viene

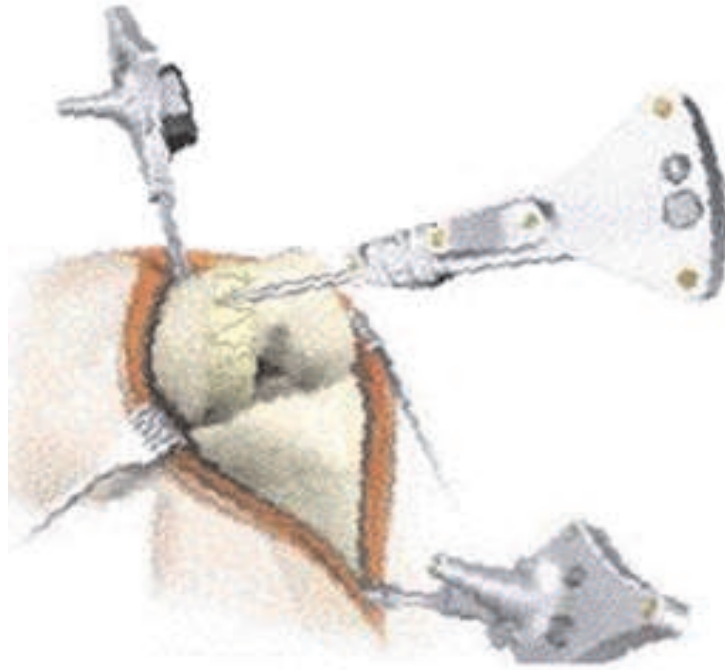


Figura 5.1: rappresentazione del sistema di acquisizione di dati

fissato il segmento più pesante) come indicato in figura 2.5 ed il piede bloccato rispetto alla tibia che viene lasciata libera di muoversi rispetto al femore. Il ginocchio viene aperto praticando un accesso mediale standard per rendere possibile l'operazione di fissaggio dei marcatori al femore ed alla tibia recando il minimo danno alla capsula articolare e al sistema estensore. Con alcuni preparati è stato possibile fissare i marcatori senza praticare l'incisione del ginocchio (assenza parziale dell'apparato estensore)

Punti di riferimento anatomici

L'acquisizione dei punti di riferimento anatomici è necessaria per la successiva determinazione dei sistemi di riferimento anatomici S_f e S_t di femore e tibia. Tutti i punti, ad eccezione del centro dell'anca, vengono digitalizzati manualmente con l'utilizzo del puntatore.

I punti di riferimento acquisiti sul femore sono:

- il centro dell'anca, viene determinato dal sistema di misura come il centro della sfera che si ottiene interpolando le posizioni del marcatore femorale durante il moto di rotazione della gamba attorno alla testa del femore;

- l'epicondilo mediale;
- l'epicondilo laterale;
- il centro del ginocchio, punto approssimativo situato a metà dei due condili femorali;

I punti anatomici acquisiti sulla tibia sono:

- il malleolo laterale;
- il malleolo mediale;
- il centro della caviglia;
- il centro del piatto tibiale, punto situato in corrispondenza della spina tibiale

Moto relativo tibia-femore

Dopo che i punti di riferimento di femore e tibia sono stati acquisiti, se praticata in precedenza, l'incisione della capsula articolare viene suturata con filo chirurgico per ripristinarne l'integrità.

Diversi cicli di flesso estensione vengono eseguiti mentre la posizione e l'orientamento dei marcatori fissati a femore e tibia vengono registrate ed espresse nel sistema di riferimento S_L .

Aree di inserzione dei legamenti

Una volta acquisito il moto relativo femore-tibia, vengono asportate le strutture esterne all'articolazione e vengono digitalizzate le aree di inserzione dei legamenti avendo cura di individuare, dove possibile le zone di attacco dei principali sottofasci. I legamenti le cui aree di inserzione vengono digitalizzate sono il legamento crociato anteriore, il legamento crociato posteriore e il legamento collaterale mediale. La digitalizzazione delle aree dei legamenti presenta notevoli problemi in quanto non è netta la separazione all'interfaccia legamento-osso, inoltre la superficie dell'interfaccia si presenta elastica e il puntatore, dotato di un raggio di punta dell'ordine di $1mm$ rischia di penetrarvi.

Superfici articolari

La digitalizzazione delle superfici articolari viene eseguita manualmente con l'ausilio del puntatore, cercando di ottenere una distribuzione dei punti acquisiti più uniforme possibile. I dati relativi alla posizione dei singoli punti sono espressi nei sistemi di riferimento solidali ai macatori tibiali e femorali.

5.2 Elaborazione dei dati acquisiti

Con l'ausilio dei punti di riferimento digitalizzati è possibile costruire due sistemi di riferimento anatomici S_t ed S_f rispettivamente solidali a tibia e femore. La convenzione adottata per la definizione degli assi coordinati e delle loro direzione sono le seguenti:

- asse x : direzione posteriore-anteriore
- asse y : direzione distale-prossimale
- asse z : direzione sinistra-destra

L'origine di S_t è determinata dal centro del piatto tibiale mentre l'origine di S_f è determinata come punto medio tra i due epicondili femorali.

Determinazione delle inserzioni dei fasci isometrici dei legamenti

Le distanze tra i punti digitalizzati delle inserzioni femorali e tibiali dei tre legamenti ACL, PCL, MCL sono state calcolate per ogni passo di ogni ciclo di flessione-estensione registrato.

Tre coppie di punti, una per ogni legamento, sono state individuate come le coppie che presentano la minore variazione media di distanza durante ogni ciclo e sono state assunte come inserzioni dei fasci isometrici dei legamenti. I punti A_i , $i=1,2,3$ misurati in S_t rappresentano le inserzioni sulla tibia mentre i punti B_i , $i=1,2,3$ misurati in S_f rappresentano le inserzioni sul femore di ACL, PCL e MCL rispettivamente; la loro distanza media L_i , $i=1,2,3$, è stata assunta come lunghezza dei fasci isometrici di ACL, PCL e MCL rispettivamente. In tabella 5.1 sono riportati i valori ottenuti a partire dai dati sperimentali misurati nel preparato denominato *esperimento 2*.

Ricostruzione delle superfici articolari

I punti digitalizzati delle superfici articolari sono stati inizialmente filtrati per eliminare eventuali punti "doppi" (punti troppo vicini) in modo da garantire una distribuzione dei punti uniforme su tutta la superficie.

	A ₁	A ₂	A ₃	B ₁	B ₂	B ₃
x	24.32	-11.68	-9.63	-4.16	-3.50	-1.40
y	-5.64	-5.53	-47.78	1.11	-8.21	-2.86
z	2.18	-12.19	26.65	-3.77	7.90	43.03
L ₁ =41.870; L ₂ =30.576; L ₃ =67.528.						

Tabella 5.1: Coordinate dei punti A_i , $i=1,2,3$ misurati in S_t e dei punti B_i , $i=1,2,3$ misurati in S_f . Lunghezze L_i , $i=1,2,3$, di ACL, PCL e MCL. (mm).

	n ₁	O ₁	n ₂	O ₂	D ₁	D ₂	C ₁	C ₂
x	0.157	1.22	0.243	6.80	13.83	-144.43	1.22	6.80
y	-0.970	1.44	-0.970	3.18	-45.07	577.27	1.44	3.18
z	0.188	-26.90	-0.017	22.97	-12.52	38.60	-26.90	22.97
r ₁ = 26.908; r ₂ = 31.624; q ₁ = 43.451; q ₂ = -600.05.								

Tabella 5.2: Coordinate dei punti O_j , $j=1,2$ e D_j , $j=1,2$ misurate in S_t e C_j , $j=1,2$, misurate in S_f . Componenti dei versori n_j , $j=1,2$, misurati in S_t . Raggi r_j , $j=1,2$, q_j , $j=1,2$, rispettivamente dei condili femorali e tibiali. (mm).

Le superfici piane e sferiche dei modelli M2 ed M3 sono state calcolate mediante funzioni di minimizzazione dell'errore ai minimi quadrati. Per la determinazione delle superfici piane è stata utilizzata la funzione *lsplane* mentre per le superfici sferiche la funzione *lssphere* (Matlab, 2004). I parametri geometrici ricavati dall'*esperienza 2* sono raccolti in tabella 5.2.

Le superfici B-Spline del modello M4 sono state determinate come descritto in 4.3.4 mediante l'utilizzo di codici scritti appositamente e funzioni disponibili in ambiente Matlab, e mediante un codice commerciale per la modellazione di superfici (Rhinoceros, 2002).

Individuazione dei percorsi di contatto

Una volta ricostruite le superfici articolari di femore e tibia è possibile, conoscendo il loro moto relativo, determinare i *percorsi di contatto*.

Definito un opportuno valore δ e presi due punti, uno appartenente alla superficie della tibia ed uno appartenente alla superficie del femore, tali punti vengono considerati *prossimi* se la loro distanza è minore di δ .

I percorsi di contatto sono i luoghi dei baricentri degli insiemi dei punti di prossimità delle superfici durante il moto.

La determinazione dei punti di prossimità è stata ottenuta utilizzando un numero finito di punti della superficie ricostruita e utilizzando algoritmi di tringolazione basati su *Qhull* (Matlab, 2004).

5.3 Ottimizzazione dei modelli e simulazioni

I dati geometrici individuati dai preparati anatomici sono stati utilizzati come punto iniziale per il processo iterativo di ottimizzazione dei modelli avente come obiettivo la riproduzione del moto passivo femore-tibia misurato.

Il processo di ottimizzazione, basato sulla minimizzazione della funzione *err* definita in 4.4.2, è stato ripetuto più volte per ciascun modello e per ciascun preparato. Per una corretta ottimizzazione infatti, la funzione *err* deve essere continua nell'intervallo di ricerca stabilito e, per determinare degli intervalli di esistenza sufficientemente ampi è stato necessario ripetere più volte il processo di ottimizzazione e/o utilizzare altre strategie di ricerca delle soluzioni quali algoritmi genetici per poi, in ogni caso, raffinare i risultati mediante algoritmi di ricerca del minimo citati in 4.4.2.

Una volta terminato il processo di ottimizzazione, i modelli ottimizzati sono stati utilizzati per la riproduzione del moto relativo femore-tibia e per la determinazione dei percorsi di contatto. In questo caso i punti trovati sono effettivamente i punti in cui le superfici articolari ottimizzate sono in contatto tra loro durante il moto relativo.

Capitolo 6

Risultati e discussioni

In questo capitolo verranno presentati alcuni dei risultati ottenuti con i tre modelli M2, M3 ed M4 confrontandoli con i dati sperimentali acquisiti sui preparati anatomici utilizzati.

6.1 Parametri geometrici

Nella tabella 6.1 sono riportati i parametri geometrici ottimizzati ottenuti a partire dai dati sperimentali riportati nelle tabelle 5.1, 5.2.

Come si può notare dall'esame delle tabelle, i parametri ottimizzati delle inserzioni dei legamenti così come le loro lunghezze differiscono solo di pochi millimetri rispetto ai valori ottenuti sperimentalmente, unica eccezione il punto A_3 nel Modello M4.

Anche per quanto riguarda i centri e i raggi delle sfere dei Modelli M2 ed M3 si trovano scostamenti dell'ordine di qualche millimetro tra valori calcolati sulla base dei dati sperimentali e valori ricavati dopo l'ottimizzazione.

Modello M2

	A ₁	A ₂	A ₃	n ₁	O ₁	n ₂	O ₂	B ₁	B ₂	B ₃	C ₁	C ₂
x	24.53	-10.32	-11.63	0.193	6.61	0.277	0.14	-5.12	-4.88	0.60	-2.97	2.04
y	-5.33	-7.05	-48.03	-0.951	-6.39	-0.960	-7.07	2.45	-8.99	-4.34	-3.11	-1.15
z	1.55	-12.48	25.10	0.239	-19.16	0.035	26.64	-4.05	6.12	44.81	-26.85	24.36
r ₁ =25.649; r ₂ =29.19; L ₁ = 42.175; L ₂ = 29.588; L ₃ = 69.152.												

Modello M3

	A ₁	A ₂	A ₃	D ₁	D ₂	B ₁	B ₂	B ₃	C ₁	C ₂
x	24.00	-10.83	-12.57	13.62	-144.09	-5.29	-4.27	1.60	-0.75	2.42
y	-5.25	-7.01	-48.17	-46.46	574.53	3.48	-9.58	-4.23	-0.84	-1.87
z	1.44	-12.38	24.08	-12.00	38.45	-4.17	7.27	44.25	-27.14	24.89
m ₁ =69.864; m ₂ =-570.530; L ₁ =42.715; L ₂ =30.494; L ₃ =70.017.										

Modello M4

	A ₁	A ₂	A ₃	B ₁	B ₂	B ₃
x	23.51	-9.64	-18.29	-3.00	3.49	2.66
y	-5.34	-6.38	-45.91	3.63	-5.72	-3.07
z	2.36	-10.89	20.75	-4.40	-2.10	47.59
L ₁ =42.133; L ₂ =30.344; L ₃ =71.208.						

Tabella 6.1: Modelli M2, M3 e M4. Coordinate dei punti A_i , $i=1,2,3$, O_j , $j=1,2$ e D_j , $j=1,2$ misurate in S_t e punti B_i , $i=1,2,3$ e C_j , $j=1,2$, misurate in S_f . Componenti dei versori n_j , $j=1,2$, misurate in S_t . Raggi r_j , $j=1,2$, dei condili femorali e distanze $m_j = (r_j + q_j)$, $j=1,2$, tra i centri C_j e D_j , $j=1,2$. Lunghezze L_i , $i=1,2,3$, di ACL, PCL e MCL. (mm).

6.2 Moto relativo femore-tibia

I parametri cinematici che descrivono il moto relativo (cfr. 1.3, 4.4.2) sono di seguito riportati in funzione del parametro indipendente α , angolo di Flessione-Estensione.

La figura 6.1 dimostra come tutti i modelli replichino la rotazione interna-esterna della tibia abbastanza bene. I modelli M2 ed M3 presentano un comportamento più dolce e con minori fluttuazioni nel replicare il moto sperimentale rispetto al modello M4.

In figura 6.2 si vede come tutti i modelli siano in grado di riprodurre correttamente il moto sperimentale fino agli 80 gradi di flessione, dopo di che solo il modello M3 continua ad approssimare bene i dati sperimentali fino ad angoli di flessione elevati.

La figura 6.3 mostra come il Modello M4 riproduca la traslazione antero-posteriore come i Modelli M2 ed M3 e addirittura lo riproduca meglio dopo i 40 gradi di flessione.

La figura 6.4 mostra come i Modelli M3 ed M4 riproducano entrambe in modo soddisfacente la traslazione verticale, meglio di quanto non faccia il modello M2.

La figura 6.5 mostra come il Modello M2 ma specialmente M3 riproducano meglio di M4 la traslazione verticale.

In generale, analizzando anche i risultati ottenuti dagli altri preparati anatomici, si può affermare che il Modello M2 replica meglio i dati sperimentali per angoli di flessione bassi e tende a divergere da essi all'aumentare dell'angolo di flessione. Il Modello M3 approssima bene i dati sperimentali lungo tutto l'arco della flessione e presenta un comportamento migliore di M2 per elevati angoli di flessione. Il Modello M4, pur replicando bene le traslazioni antero-posteriore e verticale, presenta un comportamento contrastante nel riprodurre la rotazione interna-esterna e la ab-adduzione. Le capacità dei modelli di replicare il moto misurato varia da preparato a preparato ma in generale si è trovato che i Modelli M2 o M3 presentano un comportamento abbastanza simile sia per la bontà con cui sono in grado di riprodurre i dati sperimentali sia per quanto riguarda l'ampiezza della flessione che riescono a riprodurre. Per il modello M4 invece si trovano notevoli difficoltà nel determinare una configurazione stabile che replichi bene il moto misurato. Si sono presentati infatti casi in cui la presenza di più soluzioni vicine ha provocato problemi di instabilità numerica.

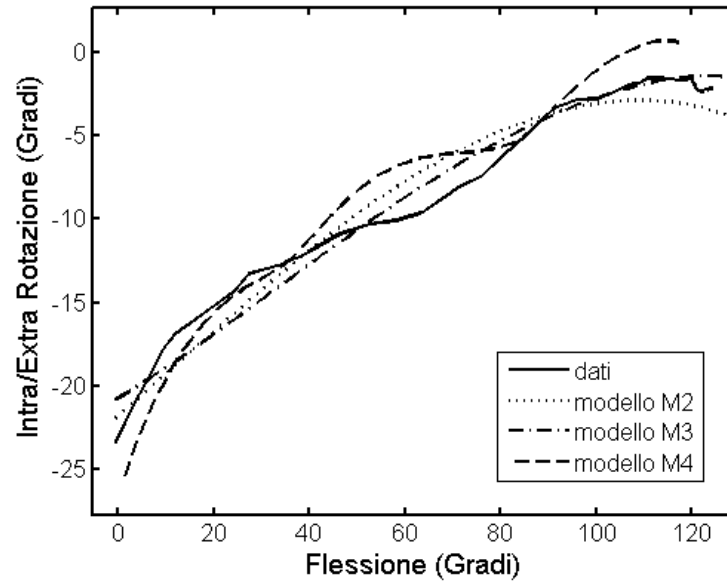


Figura 6.1: angolo di rotazione Interna-Esterna in funzione dell'angolo di Flessione-Estensione

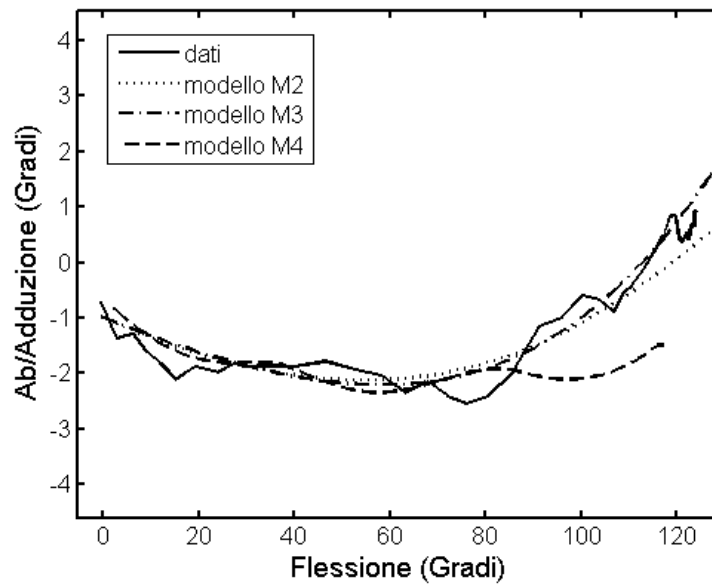


Figura 6.2: angolo di Ab-Adduzione in funzione dell'angolo di Flessione-Estensione

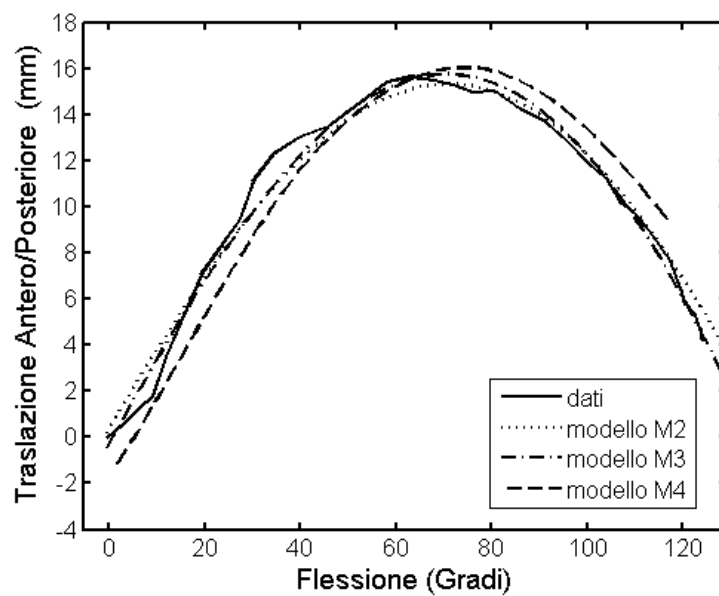


Figura 6.3: traslazione Antero-Posteriore in funzione dell'angolo di Flessione-Estensione

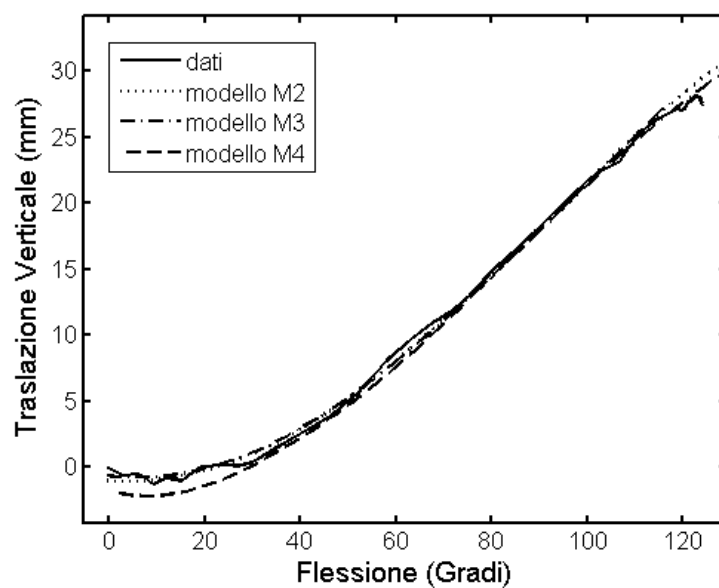


Figura 6.4: traslazione Verticale in funzione dell'angolo di Flessione-Estensione

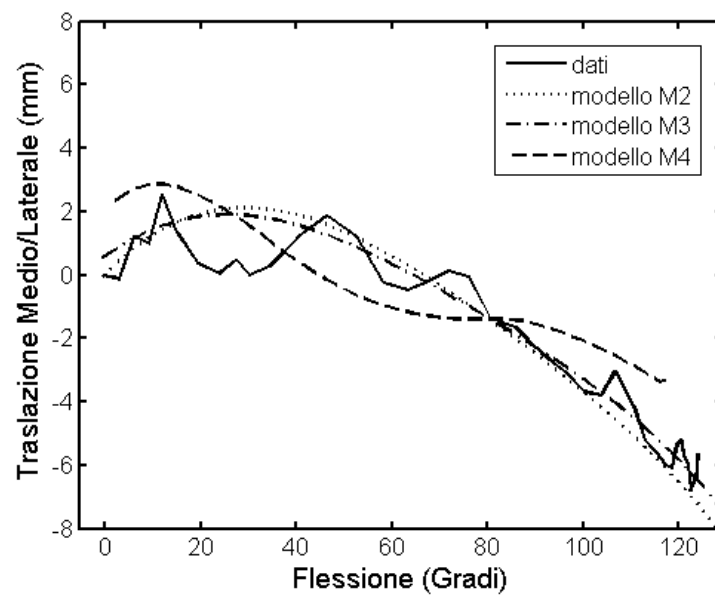


Figura 6.5: traslazione Medio-Laterale in funzione dell'angolo di Flessione-Estensione

6.3 Percorsi di contatto

Una volta che i modelli sono stati ottimizzati sulla base del moto relativo misurato, possono essere impiegati per la determinazione dei punti di contatto tra le superfici articolari di femore e tibia.

In figura 6.6 viengono riportati i percorsi di contatto ottenuti dai modelli e confrontati con quelli ottenuti sperimentalmente (cfr. 5.2).

I percorsi sono proiettati su un piano orizzontale assieme ai punti acquisiti sulle superfici articolari della tibia. In figura si sono indicati rispettivamente *esp*, *sp*, *ss* e *qq* i percorsi di contatto trovati sperimentalmente, con il Modello M2, con il Modello M3 e con il modello M4.

Se per la zona laterale il comportamento dei modelli nel riprodurre i contatti articolari è sufficientemente buono, per la zona mediale si nota una netta superiorità del Modello M4 nei confronti dei Modelli M2 ed m3. Questo comportamento è spiegabile con il fatto che nei modelli M2 ed M3 le superfici articolari sono oggetto di ottimizzazione e di conseguenza, seppur i modelli replichino bene il moto passivo misurato, le superfici articolari ottimizzate possono differire in modo evidente dalle superfici misurate.

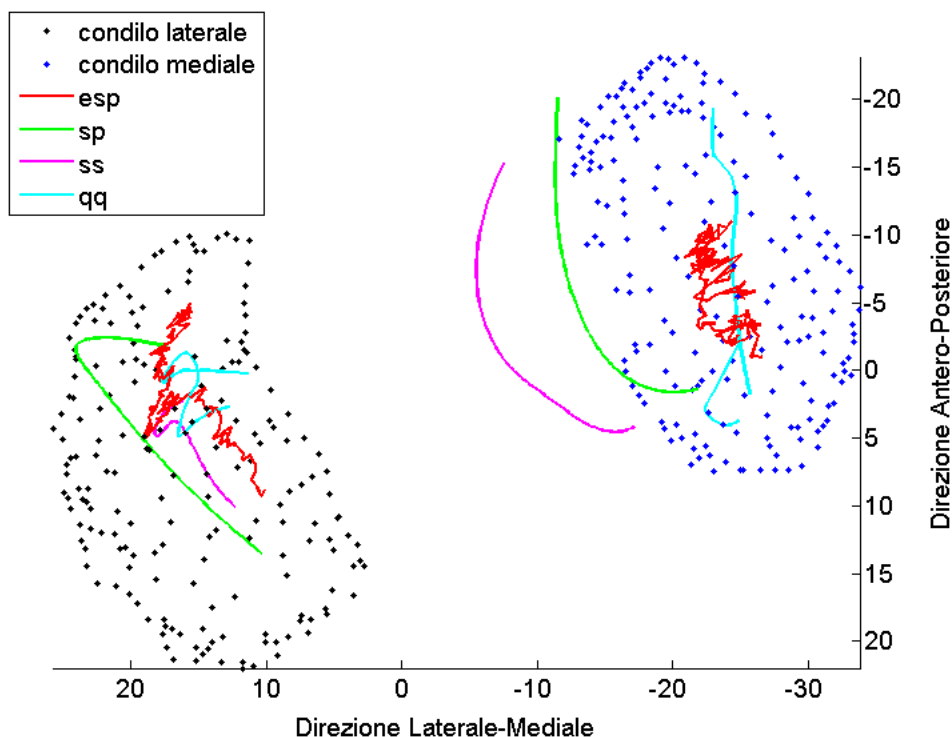


Figura 6.6: percorsi di contatto proiettati su un piano orizzontale.

6.4 Limiti dei modelli

Il principale limite del modello attualmente proposto è che, sebbene in grado di individuare eventuali punti di contatto multipli o eventuali compenetrazioni delle superfici, il modello non è in grado di gestirle, problema che, grazie alla forma delle superfici (piani e/o sfere), non si presenta nei modelli più semplici.

Il modello proposto, inoltre, presenta una maggiore complicazione del sistema di equazioni rispetto ai modelli più semplici, dovuta alla complessità di descrizione delle superfici articolari, il che porta ad una maggiore instabilità numerica delle soluzioni del problema di sintesi (esistenza di soluzioni vicine, presenza di punti di singolarità). Inoltre si trovano domini di esistenza delle soluzioni più limitati o meno congruenti con i dati sperimentali rispetto ai meccanismi precedenti e tempi, sia di calcolo che di preparazione delle superfici articolari, maggiori.

Per quanto riguarda la possibilità di estendere il processo di ottimizzazione anche ai parametri geometrici che definiscono le superfici del Modello M4, questo è facilmente implementabile ma il numero di parametri da ottimizzare cresce notevolmente.

6.5 Sviluppi futuri

Alla luce dei risultati ottenuti e dei limiti evidenziati, sembra ragionevole pensare ad un modello con superfici più complicate dei Modelli M2 ed M3 ma definite da un numero di parametri più limitato rispetto alle superfici generali attualmente proposte, in modo da non ottenere un numero troppo elevato di parametri da ottimizzare.

Conclusioni

L'articolazione del ginocchio umano è un affascinante e complicata struttura naturale che deve soddisfare contemporaneamente due esigenze apparentemente contrastanti: deve infatti consentire un'adeguata *mobilità* per permettere la normale locomozione e allo stesso tempo possedere la necessaria *stabilità* per dare un corretto supporto ai compiti motori da eseguire.

La funzionalità dell'articolazione può però essere compromessa da alterazioni di varia natura, alterazioni che rendono necessari interventi chirurgici o riabilitativi per ottenere un ripristino, almeno parziale, della mobilità e della stabilità normali.

Nonostante gli innumerevoli studi svolti, non sono ancora completamente spiegati i rapporti che intercorrono tra le varie sottostrutture dell'articolazione, conoscenza indispensabile al fine di migliorare le tecniche e gli strumenti utilizzati nel ripristino delle funzionalità del ginocchio.

La possibilità di disporre di modelli dell'articolazione diviene allora di fondamentale importanza sia per una maggiore comprensione dell'articolazione che come strumento di sviluppo di tecniche e tecnologie di intervento più efficaci.

Tra i vari approcci esistenti per l'ottenimento di un modello dell'articolazione, in questa Tesi si è scelto di utilizzarne uno di tipo sequenziale. Questo approccio prevede di risolvere innanzitutto l'analisi cinematica dell'articolazione mediante l'individuazione di un meccanismo atto a riprodurre il moto in assenza di forze esterne, *moto passivo*. Successivamente i risultati ottenuti vengono utilizzati come punto di partenza per la successiva risoluzione dell'analisi cinetostatica e dinamica.

Osservando il comportamento dell'articolazione durante il suo moto passivo, si nota che, seppur complesso, il moto è un moto ad 1 grado di libertà (gdl). L'assenza di forze esterne applicate permette inoltre di considerare le superfici articolari come rigide ed indeformabili ed in contatto a due a due in un singolo punto, e si possono individuare nel legamento crociato anteriore (ACL), nel legamento crociato posteriore (PCL), e nel legamento collaterale mediale (MCL) fibre che non variano la loro lunghezza durante il moto. Con queste ipotesi si ottengono dei meccanismi equivalenti al ginocchio nel suo moto passivo (*meccanismi equivalenti*) ad un gdl costituiti da tre bielle, che modellano i fasci isometrici dei legamenti, e da due coppie di superfici articolari ciascuna in contatto in un singolo punto, che modellano le superfici articolari di femore e tibia.

In questa Tesi, dopo aver brevemente descritto il ginocchio e le sue principali strutture, si è analizzato il moto passivo dell'articolazione ed i principali problemi correlati ad una corretta sua riproduzione e misura, per giungere alla proposta di un semplice ed efficace sistema appositamente pensato per esperimenti in-vitro.

Successivamente i modelli matematici dei meccanismi equivalenti sono stati analizzati e per ogni modello sono stati evidenziati i parametri geometrici da ottimizzare per ottenerne la sintesi.

Un nuovo modello, dotato di superfici articolari più complesse rispetto ai modelli esistenti (superfici B-Spline) ma con un numero di parametri geometrici inferiore, è stato proposto. Particolare attenzione è stata posta alla modalità di rappresentazione delle superfici ed è stato individuato un metodo per la generazione di superfici B-Spline partendo da dati sperimentali sulle superfici formati da insiemi di punti non ordinati.

La sintesi dei modelli è stata ottenuta mediante metodi numerici minimizzando le differenze tra il moto acquisito sperimentalmente ed il moto ottenuto con il modello da ottimizzare.

Obiettivo della Tesi era di analizzare se con il modello proposto, dotato di una maggiore approssimazione delle superfici articolari ma di un minor numero di parametri da ottimizzare, si potesse ottenere una migliore riproduzione del moto passivo.

I risultati del confronto tra vari modelli e dati sperimentali evidenziano come tale modello, seppur in grado di riprodurre in maniera sufficiente il moto misurato, presenti ancora alcuni svantaggi rispetto ai modelli più semplici.

La maggiore complicazione del sistema di equazioni, dovuta alla complessità di descrizione delle superfici articolari, porta ad una maggiore instabilità numerica delle soluzioni del problema di sintesi (esistenza di soluzioni vicine, presenza di punti di singolarità). Si presentano domini di esistenza delle soluzioni trovate più limitati o meno congruenti con i dati sperimentali rispetto ai meccanismi precedenti. I tempi, sia di calcolo che di preparazione delle superfici articolari, sono maggiori. Il modello attualmente è in grado di individuare ma non di gestire eventuali punti di contatto multipli o eventuali compenetrazioni delle superfici, problema che, grazie alla forma delle superfici, non si presenta nei modelli più semplici.

Buoni risultati si ottengono invece dal confronto con i dati relativi ai percorsi di contatto articolare perchè le superfici di contatto dei modelli più semplici, oggetto di ottimizzazione, possono scostarsi dalle superfici articolari reali provocando di conseguenza una riproduzione meno accurata di tali percorsi.

Con la presente Tesi si è tentato di compire un piccolo passo in avanti ver-

so la creazione di un modello del moto passivo più vicino alla realtà anatomica che permetta di comprendere meglio il comportamento dell'articolazione, e che possa essere uno strumento utile per lo sviluppo di procedure chirurgiche e protesi migliori.

Bibliografia

- [1] B. Calais-Germain. *Anatomie pour le mouvement*, volume 1. Edizioni L'Arciere, 2000.
- [2] V.M. Zatsiorsky. *Kinematics of Human Motion*. Human Kinetics Press, 1998.
- [3] F.G. Girgis, J.L. Marshall, and A.R.S. Al Monajem. The cruciate ligaments of the knee joints. *Clinical Orthopaedics and Related Research*, 106:216–231, 1975.
- [4] O.C. Brantigan and A.F. Voshell. The mechanics of the ligaments and menisci of the knee joint. *The Journal of Bone and Joint Surgery*, XXIII(1):44–66, January 1941.
- [5] E.S. Grood and W.J. Suntay. A joint coordinate system for the clinical description of three-dimensional motion: application to the knee. *ASME Journal of Biomechanical Engineering*, 121:136–144, 1983.
- [6] L. Blankevoort, R. Huiskes, and A. De Lange. The envelope of passive knee joint motions. *Journal of Biomechanics*, 21(9):705–720, 1988.
- [7] M.A. LaFortune, P.R. Cavanagh, H.J. Sommer III, and A. Kalenak. Three dimensional kinematics of the human knee during walking. *Journal of Biomechanics*, 25(4):347–357, 1992.
- [8] E. Biden and J.J. O'Connor. *Knee ligaments: structure, function, injury and repair*. Raven Press, 1990.
- [9] J.M. Hollis. A six-degrees-of-freedom test system for the study of joint mechanics and ligament forces. *ASME Journal of Biomechanical Engineering*, 117:383–389, 1995.
- [10] S.J. Kirstukas, J.L. Lewis, and A.G. Erdman. 6r instrumented spatial linkages for anatomical joint motion measurement-part 1: Design. *ASME Journal of Biomechanical Engineering*, 114:92–100, 1992.

-
- [11] T. Kodek and M. Munih. An identification technique for evaluating static body segment parameters in the upper extremity. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 5, pages 4747–4752, 2004.
 - [12] D.R. Wilson, J.D. Feikes, and J.J. O'Connor. Ligament and articular contact guide passive knee flexion. *J. Biomechanics*, 31:1127–1136, 1998.
 - [13] J.V. Goodfellow and J.J. O'Connor. The mechanics of the knee and prosthesis design. *Journal of Bone Joint Surgery [Br]*, 60-B:358–369, 1978.
 - [14] H. Kurosawa, P.S. Walker, S. Abe, A. Garg, and T. Hunter. Geometry and motion of the knee for implant and orthotic design. *Journal of Biomechanics*, 18(7):487–499, 1985.
 - [15] J.J. O'Connor, A.Z. Zavatsky, and H.S. Gill. Stability of the knee. *Journal of engineering in Medicine*, 203:223–233, 1989. Proceedings, institute of Mechanical Engineering Part H.
 - [16] L. Blankevoort, J.H. Kuiper, R. Huiskes, and H.J. Grootenboer. Articular contact in a three-dimensional model of the knee. *Journal of Biomechanics*, 11(11):1019–1031, 1991.
 - [17] D.R. Wilson. *Three-Dimensional Kinematics of the Knee*. University of Oxford, 1996.
 - [18] D.R. Wilson and J.J. O'Connor. A three-dimensional geometric model of the knee for the study of joint forces in gait. *Gait and Posture*, 5:108–115, 1997.
 - [19] V. Parenti-Castelli and R. Di Gregorio. Parallel mechanisms applied to the human knee passive motion simulation. In J. Lenarcic and M.M. Stanisic, editors, *Advances in Robot Kinematics, ARK2000*, pages 333–344. Kluwer Academic Publishers, 2000.
 - [20] R. Di Gregorio and V. Parenti-Castelli. A spatial mechanism with higher pairs for modelling the human knee joint. In *Proceedings of the ASME 2000 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Paper No DETC2000/MECH-14156*, Baltimore, Maryland (USA), September 2000. Also ASME Transactions Journal of Biomechanical Engineering, 125(2):232–237, 2003.

-
- [21] J. Wisman, F. Veldpaus, J. Jansen, A. Huson, and P. Struben. A three-dimensional mathematical model of the knee-joint. *J. Biomechanics*, 13:677–685, 1980.
 - [22] R. Huiskes and L. Blankevoort. The relationship between knee joint motion and articular surface geometry. In *Biomechanics of Diarthrodial Joints*, volume II, pages 269–286, New York, 1990. Springer-Verlag.
 - [23] S. K. Boyd, J. L. Ronsky, D. D. Lichti, D. Salkauskas, and M. A. Chapman. Joint surface modelling with thin-plate splines. *ASME Journal of Biomechanical Engineering*, 105:525–532, 1999.
 - [24] P.K. Sherrer and B.M. Hillberry. Piecewise mathematical representation of articular surfaces. *Journal of Biomechanics*, 12:301–311, 1979.
 - [25] S.A. Coons. Ad-663 504. Technical report, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 1967.
 - [26] G. A. Ateshian, L. J. Soslowsky, and V. C. Mow. Quantitation of articular surface topography and cartilage thickness in knee joints using stereophotogrammetry. *Journal of Biomechanics*, 24:761–776, 1991.
 - [27] G.A. Ateshian. A b-spline least-squares surface-fitting method for articular surfaces of diarthrodial joints. *ASME Journal of Biomechanical Engineering*, 115:366–373, 1993.
 - [28] M. E. Mortenson. *Modelli geometrici in computer graphics*. McGraw-Hill, 1989.
 - [29] G. Farin. *Curves and surfaces for computer-aided geometric design: a practical guide, 5th ed.* Academic Press, 2002.
 - [30] L.A. Piegl and W. Tiller. *The NURBS Book: monograph in visual communication, 2nd ed.* Springer, 1997.
 - [31] A. Ottoboni, V. Parenti Castelli, and A. Leardini. On the limits of the articular surface approximation of the human knee passive motion models. In *Proceedings of the 17th AIMETA Congress of Theoretical and Applied Mechanics*, Florence, Italy, September 2005.
 - [32] C. Innocenti. Polynomial solution of the spatial burmester problem. *ASME Journal of Mechanical Design*, 117:64–68, 1995.

-
- [33] J-P. Merlet. Kinematics and synthesis of cam-coupled parallel robots. In *International Workshop on Computational Kinematics, CK2005*, Cassino, Italy, May 2005.